

ESTUDIO NUMÉRICO DEL FENÓMENO DE QUIRALIDAD EN METAMATERIALES

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA EN
TELECOMUNICACIONES

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Autor: Iván Jesús Martínez Soler

Directores: Alejandro Álvarez Melcón
Gregorio José Molina Cuberos

Septiembre 2012

Deseo agradecer a todos los profesores que forman el Departamento de Electromagnetismo y Electrónica de la Universidad de Murcia su acogida y todo el esfuerzo y dedicación que han puesto en este trabajo, en especial a la profesora María José Núñez Trigueros por su paciencia y su buen hacer culinario. Sin ellos nada de esto habría sido posible.

Índice general

1. Introducción	4
1.1. ¿Qué son los metamateriales?	4
1.1.1. Definición de metamaterial	4
1.1.2. Tipos de metamateriales	5
1.1.3. Cronología de los metamateriales	6
1.1.4. Fenómenos asociados al índice de refracción negativo	7
1.2. Metamateriales quirales	9
1.2.1. Quiralidad	9
1.2.2. Propiedades de los metamateriales quirales	11
2. Estudio y caracterización de los medios quirales: bi-anisótropos y bi-isótropos	13
2.1. Introducción a los medios quirales	13
2.2. Modos fundamentales de propagación. Índices de refracción.	14
2.3. Medios bi-isótropos	18
2.4. Coeficientes de transmisión y de reflexión para incidencia normal sobre el medio	24
2.5. Determinación de la quiralidad	30
3. Técnicas de simulación	35
3.1. Entorno de simulación	35
3.1.1. Introducción	35
3.1.2. Procedimiento de simulación	38
4. Resultados	47
4.1. Introducción	47
4.2. Elemento resonante: 2 manivelas de 5 segmentos.	48
4.3. Modelo 1: medio quiral bi-anisótropo	52
4.3.1. Istropía del medio	57
4.4. Modelo 2: medio quiral bi-isótropo	58
4.4.1. Descripción del modelo	58
4.5. Medio sin quiralidad	70
4.6. Manivela sin vías	74
4.7. Dirección y polarización del campo transmitido. Quiralidad.	75

5. Contribuciones del TFM	90
Apendice I. Expresiones de los coeficientes de reflexión y transmisión para incidencia normal en medios bi-anisótropos.	92
Apendice II. Caracterización de un material bi-isótropo.	97
Congresos	101
Bibliografía	102

Capítulo 1

Introducción

1.1. ¿Qué son los metamateriales?

1.1.1. Definición de metamaterial

El término *metamaterial* etimológicamente significa *más allá de los materiales* o *después de los materiales*. Se usa para designar a estructuras artificiales, que no se dan de forma espontánea en la naturaleza y que presentan propiedades electromagnéticas poco comunes e incluso inexistentes.

Hay muchas formas de clasificar a los materiales, para tal fin se puede usar, por ejemplo, los elementos que los forman o el tipo de simetría que presentan. Una forma de clasificarlos muy extendida [27, 17] es en función del signo que presentan la permitividad (ϵ) y la permeabilidad (μ). Según esta clasificación se encuentran cuatro tipos diferentes, materiales con ambos parámetros positivos ($\epsilon > 0$ y $\mu > 0$), materiales con uno de los dos parámetros negativos, para este caso hay dos tipos diferentes $\epsilon < 0$ y $\mu > 0$, o bien $\epsilon > 0$ y $\mu < 0$. El último tipo de material posee ambas parámetros negativos ($\epsilon < 0$ y $\mu < 0$). En la Figura 1.1 hay representado un esquema con la clasificación anterior.

Con valores positivos de permitividad y permeabilidad se encuentran los materiales más usuales encontrados en la naturaleza, estos medios presentan un índice de refracción positivo y la velocidad de fase y la velocidad de grupo en ellos son paralelas. Este tipo de medios se suelen denominar DPS (*Double Positive*). Cuando el medio presenta una permeabilidad positiva y una permitividad negativa se denomina SNG (*Single Negative*), estos materiales poseen un índice de refracción imaginario y no permiten la propagación de ondas electromagnéticas a través de ellos ya que son absorbidas por el medio (ondas evanescentes). Entre esta segunda clase de materiales se encuentran los plasmas y los metales a frecuencias ópticas. Si $\epsilon > 0$ y $\mu < 0$ el medio vuelve a denominarse SNG, el índice de refracción vuelve a ser imaginario y las ondas electromagnéticas en su interior vuelven a ser evanescentes, son absorbidas. Entre esta clase de materiales se encuentran las ferritas. El último tipo de materiales son aquellos con $\epsilon < 0$ y $\mu < 0$ denominados DNG

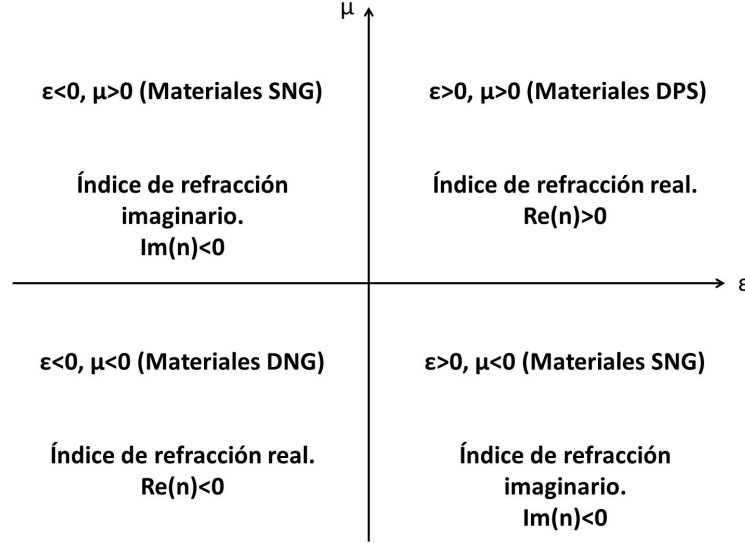


Fig. 1.1: Clasificación de los materiales de acuerdo al signo de ϵ y μ

(*Double Negative*), presentan un índice de refracción negativo y también se caracterizan por tener una velocidad de fase y una velocidad de grupo antiparalelas. En la naturaleza no se ha encontrado ningún material con las características de este último grupo. A este tipo de materiales también se les conoce como medios zurdos (*Left-Handed Materials*, LHM).

1.1.2. Tipos de metamateriales

Hoy día es posible encontrar una gran variedad de metamateriales. Algunos de ellos, como los *cristales fotónicos* son estructuras artificiales formadas por distribuciones periódicas de dieléctricos o metales y con un parámetro de red comparable a la longitud de onda de la radiación incidente. Se caracterizan por presentar una periodicidad en el índice de refracción lo que a su vez provoca una interferencia constructiva o destructiva entre las distintas ondas difractadas por los planos del cristal. El resultado de estas interferencias es la aparición de bandas de energía prohibidas para los fotones en ciertas direcciones permitiendo así controlar el flujo de luz [10]. Un ejemplo de este tipo de material se puede observar en la Figura 1.2 (izquierda).

Los LHM, que son materiales artificiales compuestos, forman otro tipo de metamateriales. Se caracterizan por exhibir un índice de refracción negativo sobre un rango finito de frecuencias debido a que la permitividad y la permeabilidad toman valores negativos en esa banda de frecuencias. Estos medios también son conocidos como NIMs (*Negative Index Materials*) [27]. Un ejemplo de este tipo de metamaterial se puede observar en la Figura 1.2 (centro). Existen medios bi-anisótropos y bi-isótropos artificiales y que por tanto son también considerados metamateriales, lo mismo que les ocurre a los *dieléctricos artificiales*.

Otro tipo de metamaterial son los denominados *medios quirales*, los cuales constituyen el tema central sobre el que trata este trabajo y que serán analizados más en profundidad

en las secciones siguientes. En la Figura 1.2 (derecha) hay un ejemplo de un metamaterial quiral.

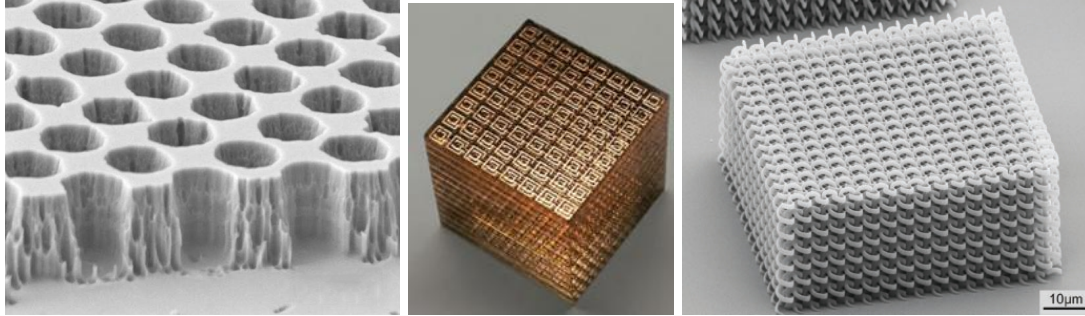


Fig. 1.2: Ejemplos de metamateriales. Cristal fotónico (izquierda), LHM (centro), Medio quiral (derecha).

1.1.3. Cronología de los metamateriales

En esta sección se va a exponer una breve cronología de la historia de los materiales artificiales [17], señalando algunos de los hitos más importantes que han ocurrido en este campo, y centrándose en aquellos relacionados con los metamateriales quirales.

- La investigación en el campo de los materiales artificiales comenzó en el s. XIX cuando Lord Rayleigh investigó la influencia de conductores distribuidos en medios dieléctricos sobre las propiedades efectivas del medio final.
- En 1898 J. Bose observó que el plano de polarización de una onda electromagnética podía sufrir una rotación por medio de estructuras rotadas. Estos elementos pueden ser considerados los precursores de los elementos quirales.
- En la década de los años 40 el campo de los materiales artificiales sufrió otro impulso gracias a W. Kock quien además de introducir el término de *dieléctrico artificial* propuso su uso en antenas. Además fabricó una lente que poseía un índice de refracción menor que la unidad.
- En la década de 1960 creció el interés por los medios quirales y por los medios bianisótropos.
- En 1968, V. Veselago estudió teóricamente las propiedades de un medio que presentara en la misma banda de frecuencias una permeabilidad y una permitividad negativas. En ese mismo año fue introducido el concepto de *medio bianisótropo* por D. Cheng y J. Kong.

- En los años 80 surgen los *cristales fotónicos*. En el año 1987 fueron publicados dos artículos supusieron el impulso inicial a la investigación en este campo. Los autores de dichos artículos fueron E. Yablonovich y S. John.
- En 1999 J. Pendry presenta la estructura conocida como *Split Ring Resonator* (SRR) la cual presentaba valores negativos de permeabilidad. En la imagen de la izquierda de la Figura 1.3 hay un esquema de la esta estructura. En esa época era ya conocido que una distribución periódica de barras metálicas se comportaba como un plasma lo que está caracterizado por una permitividad negativa a frecuencias superiores a la frecuencia de plasma.
- En 2001 D. Smith combina el SRR con la distribución periódica de barras metálicas y obtuvo el primer metamaterial con $\epsilon < 0$ y $\mu < 0$. En la Figura 1.3 (imagen de la derecha) hay representada una estructura similar a la diseñada por Smith.
- En 2003 S. Tretyakov propuso la quiralidad como medio alternativo para lograr el índice de refracción negativo sin necesidad de que la permitividad y la permeabilidad fueran simultáneamente negativas.

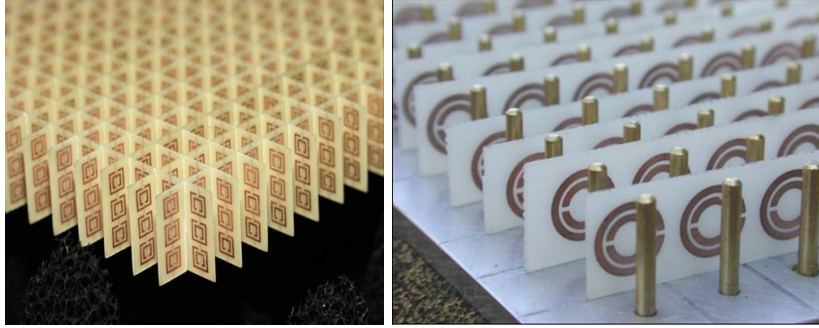


Fig. 1.3: SRR (izquierda) metamaterial diseñado por Pendry en el que se conseguía $\mu < 0$. Esquema del primer metamaterial en el que se logra un índice de refracción negativo fabricado por Smith (derecha).

1.1.4. Fenómenos asociados al índice de refracción negativo

Como ya se dijo al principio del capítulo los metamateriales exhiben propiedades electromagnéticas poco comunes o incluso nunca antes observadas. Esto es lo que ocurre en los medios LHM debido a su índice de refracción negativo y fue lo que estudió V. Veselago en 1968 [27].

La primera consecuencia de que el índice de refracción sea negativo es que la velocidad de fase (v_f) y la velocidad de grupo (v_g) en estos medios son antiparalelas [27]. Esto se deduce a partir de que la v_g es paralela al vector de Pointing ($\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$), mientras que v_f es paralela al vector de onda (\vec{k}). A partir de las ecuaciones de Maxwell del rotacional, para

una onda plana se obtiene $\vec{k} \times \vec{E} = \mu \frac{\omega}{c} \vec{H}$ y $\vec{k} \times \vec{H} = -\epsilon \frac{\omega}{c} \vec{E}$, lo que debido a que para estos medios $\epsilon < 0$ y $\mu < 0$ hace que los vectores \vec{k} , \vec{E} y \vec{H} forman un sistema zurdo. En cambio el vector \vec{S} no sufre ningún cambio de dirección por el valor negativo de la permeabilidad y permitividad. En estos medios las ondas que se propagan se denominan *backward* debido a que mientras la energía viaja en una dirección, la fase viaja en la dirección opuesta.

Una consecuencia de que la velocidad de fase y la velocidad de grupo son antiparalelas es que, en la superficie de separación entre un medio con índice positivo y una superficie con un índice negativo, la ley de Snell no se cumple tal y como se da entre dos medios con índice de refracción positivo o entre dos medios con índice de refracción negativo [27]. Para este caso la trayectoria descrita por la luz sería diferente a la que se espera que tome como se indica en la Figura 1.4.

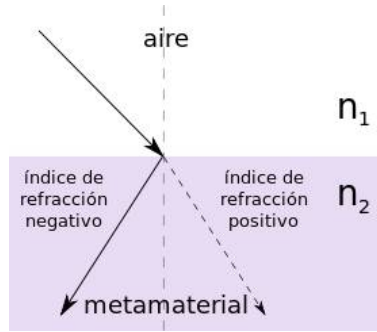


Fig. 1.4: Ley de Snell en la superficie de separación entre un medio con índice positivo ($n_1 > 0$) y otro medio con índice negativo ($n_2 < 0$)

Otra consecuencia de tener un índice de refracción negativo sería la posibilidad de tener *lentes perfectas* [27] [15]. Estos dispositivos están formados por una lámina de metamaterial y son capaces de superar el límite de difracción, permitiendo tener una resolución mayor que la longitud de onda de la radiación usada. En la Figura 1.5 hay un esquema del comportamiento de una lente perfecta.

El efecto más sorprendente que se ha observado en los medios con índice de refracción negativo ha sido la invisibilidad que se consigue con las llamadas *capas de invisibilidad* [17, 6]. Estos son estructuras dentro de las cuales las trayectorias de las ondas electromagnéticas son controladas y conducidas alrededor de un objeto, que se sitúa en el interior de estas capas, evitando así su interacción. Las ondas a la salida del metamaterial no deberían mostrar ningún signo de que se han encontrado a ningún objeto en su camino. En la Figura 1.6 hay un esquema del comportamiento de estas capas de invisibilidad (izquierda) y una imagen de una estructura fabricada capaz de conseguir invisibilidad en el rango de las microondas (derecha).

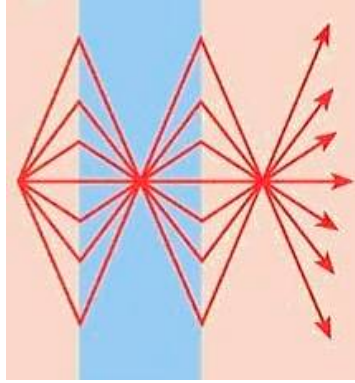


Fig. 1.5: Esquema de una lente perfecta, fabricado por una lámina de metamaterial.

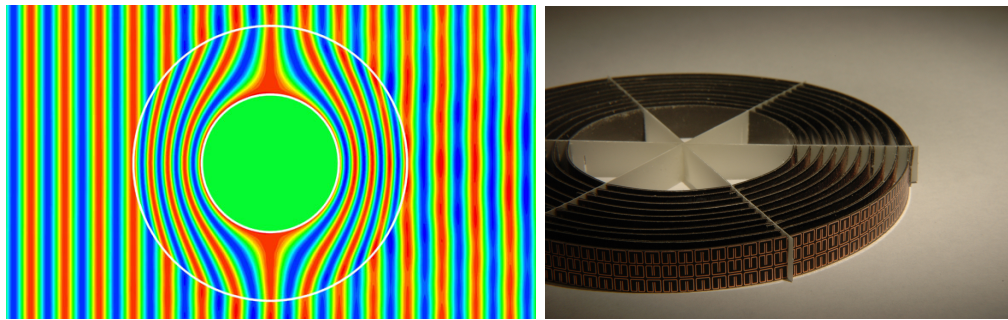


Fig. 1.6: Esquema del comportamiento de una capa de invisibilidad (izquierda). Capa de invisibilidad bi-dimensional (derecha)

1.2. Metamateriales quirales

1.2.1. Quiralidad

El concepto de quiralidad fue introducido por Lord Kelvin en 1904: “*I call any geometrical figure, or group of points, chiral, and say it has chirality, if its image in a plane mirror, ideally realized, cannot be brought to coincide with itself.*” Esto quiere decir que se trata de una propiedad que poseen ciertos cuerpos geométricos y que los hace imposible de coincidir con su imagen especular. Un ejemplo de dos objetos quirales serían las manos, si se considera que una es la imagen de la otra, esta propiedad también la presentan una gran cantidad de las moléculas en la naturaleza. En la Figura 1.7 viene un esquema de lo que sería una molécula quiral, formada por un átomo central de carbono y enlazados a él un átomo de hidrógeno H , una molécula de NH , la molécula $COOH$ y un radical R .

Los metamateriales quirales son materiales artificiales formados por estructuras quirales distribuidas en un medio dieléctrico. Dependiendo de la simetría que presente el medio

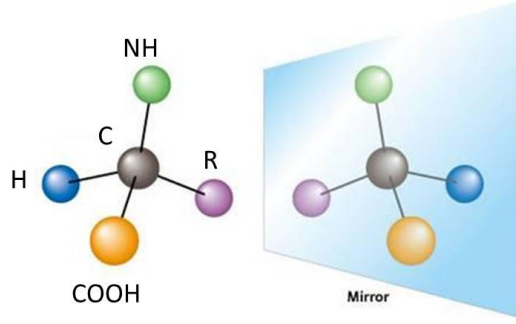


Fig. 1.7: Molecula quiral

quiral este puede ser anisótropo o bi-isótropo, ambos medios van a ser estudiados en profundidad en el próximo capítulo. Por otro lado dependiendo de como son fabricados se pueden también dividir dos clases diferentes, por un lado se encuentran los medios formados por una distribución aleatoria de elementos con simetría quiral en el interior de un medio dieléctrico [4, 5]. Esta clase de metamateriales presentan una serie de problemas como son un elevado coste de fabricación y una gran dificultad a la hora de conseguir que el medio sea homogéneo, debido a las imperfecciones en la fabricación en muchos casos el medio resultante suele ser anisótropo y inhomogéneo. Para este tipo de medios también han sido observadas grandes pérdidas. Un ejemplo de estos materiales está representado en la Figura 1.8 (izquierda). La otra técnica de fabricación de metamateriales quirales consiste en la distribución periódica de elementos con simetría quiral [4, 19, 20], que pueden ser bi-dimensionales o tri-dimensionales. Esta clase de metamateriales permite usar técnicas de fabricación muy depuradas y de bajo coste, como es el caso de *printed circuit board* (PCB), que ha sido la técnica usada en el diseño de los metamateriales que se van a presentar en este trabajo, y que será explicada más adelante. En la imagen derecha de la Figura 1.8 hay un ejemplo de un metamaterial fabricado en esta técnica [21, 3].

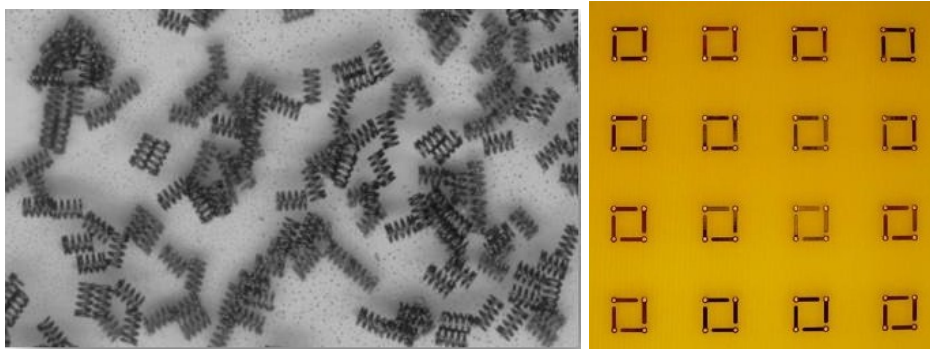


Fig. 1.8: Ejemplos de metamateriales quirales. Medio quiral con distribución aleatoria de elementos quirales (izquierda), medio quiral fabricado usando la técnica PCB (derecha).

1.2.2. Propiedades de los metamateriales quirales

La principal característica de los medios quirales es que presentan un acoplamiento entre el campo eléctrico y el campo magnético, lo cual viene reflejado en sus relaciones de constitución como se verá más adelante. El parámetro que relaciona a los dos campos se denomina quiralidad (κ).

Para caracterizar estos medios es necesario emplear tres parámetros, además de la permeabilidad y permitividad es necesario usar la quiralidad. Todos estos parámetros son dispersivos, es decir, su valor en el medio depende de la frecuencia. La permitividad y la permeabilidad se pueden describir usando un modelo resonante de Lorentz, ecuaciones 1.1 y 1.2. Para modelar el comportamiento de la quiralidad se usa un modelo de Condon, ecuación 1.3. En la Figura 1.9 se muestra la dependencia del parámetro κ y del índice de refracción en medios quirales (izquierda). En la imagen de la derecha de la Figura 1.9 está representado el índice de refracción (parte real e imaginaria) para una onda con polarización circular a derechas (n_+) y una onda con polarización circular a izquierdas (n_-). En ella se observa como a 11 GHz, y en un ancho de banda muy estrecho, el valor del índice de refracción para una onda circular a derechas es negativo [12].

$$\epsilon_r(w) = \epsilon_\infty + \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty) w_{0e}^2}{w_{0e}^2 - w^2 + 2jw_{0e}\xi_e w} \quad (1.1)$$

$$\mu_r(w) = \mu_\infty + \frac{(\mu_s - \mu_\infty) w_{0m}^2}{w_{0m}^2 - w^2 + 2jw_{0m}\xi_m w} \quad (1.2)$$

$$\kappa_r(w) = \frac{\tau w_0^2 w}{w_0^2 - w^2 + 2jw_0 w \xi} \quad (1.3)$$

En un medio quiral, cuando una onda electromagnética se propaga a través de él puede sufrir dos efectos. Por un lado está la *birrefringencia* que es la capacidad que presenta el medio para rotar el plano de polarización de la onda EM, esta propiedad no depende de la polarización inicial de la onda. El segundo efecto que puede sufrir es *dicroísmo circular*, este consiste en una diferente transmisión o absorción de las ondas polarizadas circularmente a derechas y de las ondas polarizadas circularmente a izquierdas. Este efecto depende de la dirección de incidencia. Los medios en los que se dan estos dos efectos se dice que presentan actividad electromagnética [16]. En la Figura 1.10 hay un esquema que resume los dos efectos. Se ha concluido que los medios que presenten una alta actividad electromagnética podrán presentar también un índice de refracción negativo [22]. Debido a esto han sido diseñados una gran variedad de medios quirales con el objetivo de que presenten una gran birrefringencia, dicroísmo circular e índice de refracción negativo como el SSR [18] [28].

El objetivo fundamental de este trabajo va a consistir en el diseño de nuevos metamateriales quirales que presenten altos valores de quiralidad, ya que, como se verá más adelante, es ese el parámetro que les va a permitir presentar un índice de refracción negativo, que es la motivación principal por la que se investigan estos medios.

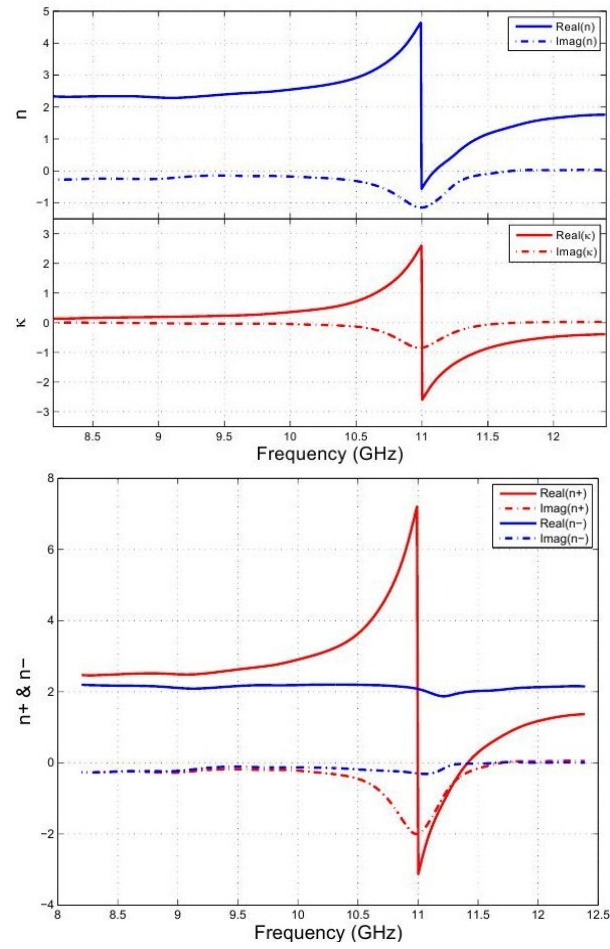


Fig. 1.9: Parte real e imaginaria de la quiralidad descrita por el modelo de Condon (imagen de la izquierda). Parte real y parte imaginaria del índice de refracción (imagen de la derecha).

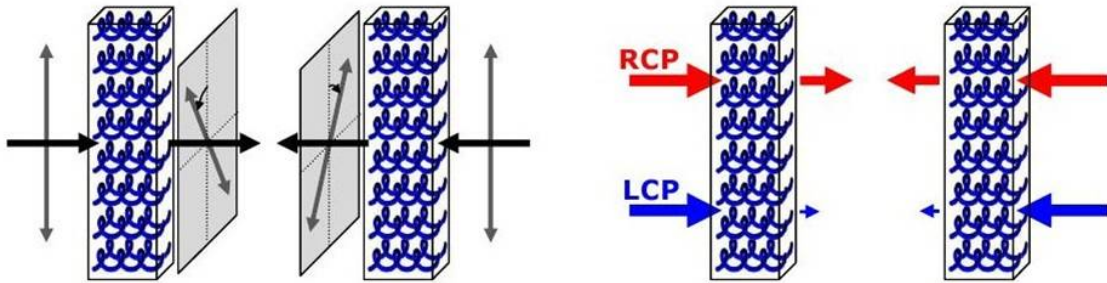


Fig. 1.10: Birrefringencia (izquierda) y dicroísmo circular (derecha).

Capítulo 2

Estudio y caracterización de los medios quirales: bi-anisótropos y bi-isótropos

2.1. Introducción a los medios quirales

En general en las relaciones de constitución de los medios bi-anisótropos vienen dadas por las ecuaciones 2.1 y 2.2, los parámetros característicos están descritos por medio de tensores [16]. Para los medios quirales, que son los que se van a estudiar en este trabajo, estos parámetros cumplen la relación $\bar{\bar{\xi}} = -\bar{\bar{\zeta}}$ [16, 25].

$$\vec{D} = \bar{\bar{\epsilon}}\vec{E} + \bar{\bar{\xi}}\vec{H} \quad (2.1)$$

$$\vec{H} = \bar{\bar{\zeta}}\vec{E} + \bar{\bar{\mu}}\vec{H} \quad (2.2)$$

En el caso de los medios que se han diseñado en este trabajo, su elemento resonante, que es el mismo en todos, posee una simetría (222). Debido a esto los tensores han de ser diagonales si los ejes “x”, “y” y “z” coinciden con los ejes de simetría. En este caso los parámetros característicos del sistema tienen la forma

$$\bar{\bar{\xi}} = -\bar{\bar{\zeta}} = \begin{pmatrix} -j\kappa_x & 0 & 0 \\ 0 & -j\kappa_y & 0 \\ 0 & 0 & -j\kappa_z \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Para una propagación en la dirección de uno de los ejes principales, en este caso el eje “z”, existen dos modos normales de propagación que son ortogonales entre sí. Y cada uno de ellos presenta una velocidad de fase diferente, es decir, un índice de refracción distinto.

2.2. Modos fundamentales de propagación. Índices de refracción.

A lo largo de todo este capítulo, y en general en todo el trabajo, se va a asumir que los campos electromagnéticos se propagan en forma de ondas planas a lo largo de la dirección z . La expresión que describe a estos campos viene dada por:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}e^{j(\omega t - kz)} \quad (2.4)$$

donde el número de onda se puede expresar en función del índice de refracción de la forma $k = k_0 n = \frac{\omega}{c} n$.

Las relaciones de constitución que describen a los medios bi-anisótropos son las ecuaciones (2.5) a (2.8), las cuales ya han sido particularizadas al caso de un campo eléctrico que se propaga en forma de onda plana a lo largo de la dirección “ z ”. Estas expresiones se caracterizan por presentar un acoplamiento entre el campo electromagnético y el campo magnético, de forma que tanto un campo \vec{D} como un campo \vec{B} están relacionados con \vec{E} y \vec{H} a la vez.

$$D_x = \epsilon_0 \epsilon_x^r E_x - j \frac{\kappa_x}{c} H_x \quad (2.5)$$

$$D_y = \epsilon_0 \epsilon_y^r E_y - j \frac{\kappa_y}{c} H_y \quad (2.6)$$

$$B_x = j \frac{\kappa_x}{c} E_x - j \mu_0 \mu_x^r H_x \quad (2.7)$$

$$B_y = j \frac{\kappa_y}{c} E_y - j \mu_0 \mu_y^r H_y \quad (2.8)$$

Usando las ecuaciones de Maxwell del rotacional, (2.9) y (2.10), las relaciones de constitución anteriores se pueden poner únicamente en función de los campos \vec{E} y \vec{H} transversales, quedando así cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas. Estas nuevas relaciones vienen recogidas en las expresiones 2.11 a 2.14.

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} \Rightarrow \vec{D} = \frac{n}{c} (H_y, -H_x) \quad (2.9)$$

$$-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times \vec{E} \Rightarrow \vec{B} = \frac{n}{c} (-E_y, E_x) \quad (2.10)$$

$$n Z_0 H_y = \epsilon_x^r E_x - j \kappa_x Z_0 H_x \quad (2.11)$$

$$-n Z_0 H_x = \epsilon_y^r E_y - j \kappa_y Z_0 H_y \quad (2.12)$$

$$-n E_y = j \kappa_x E_x + \mu_x^r Z_0 H_x \quad (2.13)$$

$$n E_x = j \kappa_y E_y + \mu_y^r Z_0 H_y \quad (2.14)$$

donde Z_0 es la impedancia del vacío, $Z_0 = \frac{\mu_0}{\epsilon_0}$.

Las cuatro relaciones anteriores pueden ser reducidas a dos ecuaciones con dos incógnitas despejando de las ecuaciones 2.13 y 2.14 las componentes del campo \vec{H} en términos del campo \vec{E} . Se ha llegado finalmente a un sistema homogéneo de ecuaciones.

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{n^2}{\mu_y^r} - \epsilon_x^r + \frac{\kappa_x^2}{\mu_x^r} \right) & -jn \left(\frac{\kappa_x}{\mu_x^r} + \frac{\kappa_y}{\mu_y^r} \right) \\ jn \left(\frac{\kappa_x}{\mu_x^r} + \frac{\kappa_y}{\mu_y^r} \right) & \left(\frac{n^2}{\mu_x^r} - \epsilon_y^r + \frac{\kappa_y^2}{\mu_y^r} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Para que el sistema de ecuaciones 2.15 posea una solución diferente de la homogénea ($E_x = 0$ y $E_y = 0$) su determinante ha de ser igual a cero. Imponiendo la condición de compatibilidad se obtiene una ecuación cuadrática de segundo orden para el índice de refracción (2.16):

$$[n^2 \mu_x^r - \mu_y^r (\epsilon_x^r \mu_x^r - \kappa_x^2)] [n^2 \mu_y^r - \mu_x^r (\epsilon_y^r \mu_y^r - \kappa_y^2)] - n^2 (\mu_y^r \kappa_x + \mu_x^r \kappa_y)^2 = 0 \quad (2.16)$$

Las soluciones de la ecuación anterior son las siguientes

$$n^2 = \frac{1}{2} \left[\mu_x \epsilon_y + \mu_y \epsilon_x + 2\kappa_x^r \kappa_y \pm \sqrt{(\mu_x \epsilon_y + \mu_y \epsilon_x + 2\kappa_x \kappa_y)^2 - 4(\epsilon_x \mu_x - \kappa_x^2)(\epsilon_y \mu_y - \kappa_y^2)} \right] \quad (2.17)$$

Ahora para conocer los modos normales de propagación del medio bi-anisótropo hay que sustituir cada una de las soluciones encontradas en 2.17 en el sistema de ecuaciones 2.15 y de ahí obtener el valor de los campos.

De acuerdo con dicha expresión los modos normales correspondientes a cada índice de refracción serán ondas elípticamente polarizadas, a derechas REP (modo “1”) y a izquierdas LEP (modo “2”). La forma general que tienen estos campos en el interior del medio bi-anisótropo viene recogida en las expresiones 2.18 y 2.19.

$$\vec{E}_+^1 = (1, -jA_1) \quad (2.18)$$

$$\vec{E}_+^2 = (A_2, j) \quad (2.19)$$

A partir de las ecuaciones 2.11 a 2.14 se obtienen las expresiones de las componente transversales del campo \vec{H} para cada modo

$$Z_0 H_y = \frac{n\epsilon_x^r}{n^2 - \kappa_x \kappa_y} E_x + \frac{-j\epsilon_y^r \kappa_x}{n^2 - \kappa_x \kappa_y} E_y \quad (2.20)$$

$$Z_0 H_x = \frac{-j\epsilon_x^r \kappa_y}{\kappa_x \kappa_y - n^2} E_x + \frac{n\epsilon_y^r}{\kappa_x \kappa_y - n^2} E_y \quad (2.21)$$

Sustituyendo la definición de \vec{E}_+^1 en las ecuaciones 2.20 y 2.21, el campo magnético asociado al campo RCP que se propaga en el sentido creciente de eje “z” (\vec{H}_+^1) queda de la forma

$$H_{x,+}^1 = j \frac{k_y \epsilon_x^r + \epsilon_y^r n_1 A_1}{n_1^2 - \kappa_x \kappa_y} \quad (2.22)$$

$$H_{y,+}^1 = A_1 \frac{n_1 \epsilon_x^r - \epsilon_y^r \kappa_x A_1}{A_1 (n_1^2 - \kappa_x \kappa_y)} \quad (2.23)$$

Comparando las expresiones 2.22 y 2.23 con el vector \vec{H}_+^1 (2.18) se pueden obtener las impedancias relativas asociadas a las ondas REP en términos de los parámetros que caracterizan al medio bi-anisótropo, ecuaciones 2.24 y 2.25.

$$Z_{1x} = \frac{n_1^2 - \kappa_x \kappa_y}{\kappa_y \epsilon_x^r + \epsilon_y^r n_1 A_1} \quad (2.24)$$

$$Z_{1y} = \frac{A_1 (n_1^2 - \kappa_x \kappa_y)}{n_1 \epsilon_x^r - \epsilon_y^r \kappa_x A_1} \quad (2.25)$$

De acuerdo con las dos últimas ecuaciones Z_{1x} y Z_{1y} dependen de la permitividad relativa, de la quiralidad, del índice de refracción y de A_1 , estos dos últimos parámetros no son independientes y también dependen de la permitividad, la permeabilidad y la quiralidad. La relación entre el índice de refracción y estos tres parámetros se deduce de la ecuación 2.16. Para obtener la dependencia A_1 se puede recurrir al sistema de ecuaciones 2.15, una vez se ha resuelto la ecuación 2.16 y se conoce el valor del índice de refracción asociado a las ondas REP, se puede sustituir el valor de \vec{E}_+^1 (2.18) en 2.15. De este sistema de ecuaciones se cualquiera de las dos ecuaciones para A_1 en términos de los parámetros que definen al sistema. Una de las dos ecuaciones que se obtienen para A_1 viene recogido en 2.26.

$$A_1 = \frac{n_1^2 - \mu_y (\epsilon_x \mu_x - \kappa_x^2)}{n_1 (\mu_y \kappa_x + \mu_x \kappa_y)} \quad (2.26)$$

Realizando de nuevo los mismos pasos se puede obtener la impedancia asociada al campo LEP (Z_2) sustituyendo ahora el vector \vec{E}_+^2 en las ecuaciones 2.20 y 2.21. En términos de los parámetros que caracterizan al sistema el campo \vec{H}_+^2 queda

$$H_{x,+}^2 = -j \frac{n_2 \epsilon_y^r - \kappa_y \epsilon_x^r A_2}{n_2^2 - \kappa_x \kappa_y} \quad (2.27)$$

$$H_{y,+}^2 = \frac{n_2 \epsilon_x^r A_2 + \kappa_x \epsilon_y^r}{n_2^2 - \kappa_x \kappa_y} \quad (2.28)$$

Comparando ahora las ecuaciones 2.27 y 2.28 con 2.19 se obtiene el valor de la impedancia para el campo LEP, ecuaciones 2.29 y 2.30. De nuevo las impedancias quedan expresadas en términos de los parámetros que caracterizan al sistema y de A_2 , pero este término puede expresarse en términos de la quiralidad, la permitividad y la permeabilidad tal y como se ha hecho para A_1 .

$$Z_{2x} = \frac{A_2 (n_2^2 - \kappa_x \kappa_y)}{n_2 \epsilon_y^r - \kappa_y \epsilon_x^r A_2} \quad (2.29)$$

$$Z_{2y} = \frac{n_2^2 - \kappa_x \kappa_y}{n_2 \epsilon_x^r A_2 + \epsilon_y^r \kappa_x} \quad (2.30)$$

Un caso particular de los medios bi-anisótropos son aquellos para los que el valor de la quiralidad es cero ($\kappa_x = \kappa_y = 0$). Para estos medios la matriz 2.15 queda de la siguiente forma

$$\begin{pmatrix} n^2 - \epsilon_x^r \mu_y^r & 0 \\ 0 & n^2 - \epsilon_y^r \mu_x^r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

Imponiendo que el determinante de la matriz anterior sea cero se llega de nuevo a una ecuación para el índice de refracción, (2.32). Para los sistemas sin quiralidad se tiene de nuevo dos índices de refracción, n'_1 y n'_2 , cada uno asociado a uno de los dos ejes de simetría del sistema.

$$(n^2 - \epsilon_y^r \mu_x^r) (n^2 - \epsilon_x^r \mu_y^r) = 0 \quad (2.32)$$

$$n_1 = \sqrt{\epsilon_x^r \mu_y^r} \quad (2.33)$$

$$n_2 = \sqrt{\epsilon_y^r \mu_x^r} \quad (2.34)$$

Sustituyendo ahora el valor de cada uno de los dos índices obtenidos antes en el sistema de ecuaciones 2.31 se puede obtener los modos normales de propagación asociados a cada índice, relaciones 2.35 y 2.36. Para este medio el campo \vec{E} asociado a cada uno de los dos modos está orientado a lo largo de las direcciones “x” e “y”. El campo \vec{H} se puede obtener particularizando las expresiones 2.20 y 2.21 para el caso en el que la quiralidad es cero.

Si $n = n_1$ los campos son de la forma

$$\vec{E}^1 = (E_0, 0) \quad ; \quad \vec{H}^1 = \left(0, \frac{E_0}{Z_1}\right) \quad (2.35)$$

donde $Z_1 = Z_0 \frac{\mu_y^r}{\epsilon_x^r}$.

Si $n = n_2$ los campos son de la forma

$$\vec{E}^2 = (0, E_0) \quad ; \quad \vec{H}^2 = \left(\frac{E_0}{Z_2}, 0\right) \quad (2.36)$$

donde $Z_2 = Z_0 \frac{\mu_x^r}{\epsilon_y^r}$.

2.3. Medios bi-isótropos

Los medios bi-isótropos se obtienen a partir de los medios bi-anisótropos imponiendo que sean isótropos en el plano “xy”, plano perpendicular a la dirección de propagación de los campos electromagnéticos, lo que implica que los parámetros característicos del sistema han de cumplir las relaciones (2.37), (2.38) y (2.39) [16].

$$\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon \quad (2.37)$$

$$\mu_x = \mu_y = \mu \quad (2.38)$$

$$\kappa_x = \kappa_y = \kappa \quad (2.39)$$

Uno de los motivos por los que en esta sección se van a estudiar este tipo de medios es que uno de los metamateriales que han sido diseñados y analizados en este trabajo es precisamente bi-isótropo (BI).

Los medios bi-isótropos también presentan dos modos fundamentales de propagación que ven al medio BI como un medio isótropo, de forma que cualquier campo que se propague

a través de estos medios puede ser descompuesto en esos dos modos. El objetivo de esta sección es estudiar estos dos modos fundamentales.

Imponiendo las relaciones anteriores sobre el sistema de ecuaciones 2.15 queda de la forma

$$\begin{pmatrix} n^2 - (\epsilon\mu - \kappa^2) & -jn2\kappa \\ jn2\kappa & n^2 - (\epsilon\mu - \kappa^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

A partir de la condición de compatibilidad se obtiene la ecuación para los índices de refracción

$$(n^2 - (\epsilon^r\mu^r - \kappa^2))^2 - 4n^2\kappa^2 = 0 \quad (2.41)$$

Las soluciones de la ecuación anterior son las siguientes

$$n_{1,2}^2 = (\epsilon^r\mu^r + \kappa^2) \pm \sqrt{(\epsilon^r\mu^r + \kappa^2)^2 - (\epsilon^r\mu^r - \kappa^2)^2} \quad (2.42)$$

$$= \epsilon^r\mu^r (1 + \kappa^r) \pm 2\epsilon^r\mu^r\kappa^r \quad (2.43)$$

$$= \epsilon^r\mu^r (1 \pm 2\kappa^r + (\kappa^r)^2) \quad (2.44)$$

$$= \epsilon_r\mu_r (1 \pm \kappa_r)^2 \quad (2.45)$$

Donde $\kappa_r = \frac{\kappa}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}}$.

De la solución anterior, (2.45), se deducen dos índices de refracción, n_1 y n_2 , que son los índices asociados a los dos modos fundamentales de propagación en los medios bi-isótropos con quiralidad. El valor de estos dos índices es

$$n_1 = \sqrt{\epsilon^r\mu^r} (1 + \kappa^r)^2 \equiv n^+ \quad (2.46)$$

$$n_2 = \sqrt{\epsilon^r\mu^r} (1 - \kappa^r)^2 \equiv n^- \quad (2.47)$$

Para conocer los modos fundamentales, como ya se hizo en la sección anterior, se sustituirán los valores encontrados para el índice de refracción en el sistema de ecuaciones 2.40.

Para $n_1 \equiv n_+$ el sistema queda

$$\begin{pmatrix} \epsilon^r \mu^r (1 + \kappa^r)^2 - \epsilon^r \mu^r (1 - (\kappa^r)^2) & -j \epsilon^r \mu^r 2 \kappa^r (1 + \kappa^r) \\ j \epsilon^r \mu^r 2 \kappa^r (1 + \kappa^r) & \epsilon^r \mu^r (1 + \kappa^r)^2 - \epsilon^r \mu^r (1 - (\kappa^r)^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x^1 \\ E_y^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

Despejando E_y^1 de la primera ecuación

$$E_y^1 = \frac{\epsilon \mu (2(\kappa^r)^2 + 2\kappa^2)}{j \epsilon \mu 2 (\kappa^r + (\kappa^r)^2)} \quad (2.49)$$

$$= -j E_x^1 \quad (2.50)$$

Si se cumple que $E_x^1 \equiv E_0$, se obtiene que el modo de propagación asociado al índice n_+ es

$$\vec{E}^1 \equiv \vec{E}^+ = E_0 (1, -j) \quad (2.51)$$

Se puede conocer también el valor del campo \vec{H}^1 para lo que se han de usar las relaciones de constitución para los medios bi-isótropos. Así se llega a

$$Z_0 \vec{H}^1 = (Z_0 H_x^1, Z_0 H_y^1) \quad (2.52)$$

$$= \left(-\frac{n_1}{\mu} E_y^1 - j \frac{\kappa}{\mu} E_x^1, \frac{n_1}{\mu} E_x^1 - j \frac{\kappa}{\mu} E_y^1 \right) \quad (2.53)$$

Sustituyendo el valor de \vec{E}^1 en la expresión anterior se obtiene

$$Z_0 \vec{H}^1 = E_0 \left[j \sqrt{\frac{\epsilon^r}{\mu^r}} (1 + \kappa^r) - j \kappa_r \sqrt{\frac{\epsilon^r}{\mu^r}}, \sqrt{\frac{\epsilon^r}{\mu^r}} (1 + \kappa^r) - \kappa_r \sqrt{\frac{\epsilon^r}{\mu^r}} \right] \quad (2.54)$$

$$= E_0 \sqrt{\frac{\epsilon^r}{\mu^r}} j (1, -j) \quad (2.55)$$

$$= \frac{\vec{E}^1}{-j \sqrt{\frac{\epsilon^r}{\mu^r}}} \quad (2.56)$$

$$= \frac{\vec{E}^1}{Z_1} \quad (2.57)$$

donde el valor de la impedancia para este modo de propagación es $Z_1 \equiv \eta^+ = -j\sqrt{\frac{\mu^r}{\epsilon^r}}$.

De forma análoga sustituyendo el valor de $n_2 \equiv n_-$ en 2.40 se obtiene que el modo de propagación asociado a este segundo índice de refracción tiene la forma

$$\vec{E}^2 \equiv \vec{E}^- = E_0(1, j) \quad (2.58)$$

El valor del campo del campo \vec{H}^2 también se puede obtener siguiendo el mismo procedimiento y se llega a la siguiente expresión

$$Z_0 \vec{H}^2 = E_0 \sqrt{\frac{\epsilon^r}{\mu^r}}(-j, 1) \quad (2.59)$$

$$= \frac{\vec{E}^2}{j\sqrt{\frac{\epsilon^r}{\mu^r}}} \quad (2.60)$$

$$= \frac{\vec{E}^2}{Z_2} \quad (2.61)$$

Donde el valor de la impedancia para el campo \vec{H}^2 es $Z_2 \equiv \eta^- = j\sqrt{\frac{\mu^r}{\epsilon^r}} = -\eta^+$.

De los resultados obtenidos se puede deducir que los dos modos fundamentales de propagación en un medio bi-isótropo son ondas planas con polarización circular, una a derechas (RCP), en el caso del primer índice de refracción, y la otra a izquierdas (LCP), en el caso del segundo índice de refracción. Además por la expresión del índice de refracción se deduce que para valores grandes del parámetro κ en comparación con el índice de refracción del medio, uno de los dos modos al propagarse lo hará con un índice de refracción negativo, ecuaciones 2.46 y 2.47.

Usando las relaciones de constitución para los medios bi-isótropos pueden ser deducidos los parámetros característicos asociados a los modos. Ya han sido obtenidas las impedancias. Así pues en las ecuaciones 2.4 a 2.8, particularizadas para un medio bi-isótropo, pueden ser sustituidos los modos fundamentales. En términos de estos campos (\vec{E}^\pm, \vec{H}^\pm), las relaciones de constitución han de ser iguales a las de un medio isótropo ya que cada uno de los modos fundamentales se comporta en el interior del medio bi-isótropo como si fuera isótropo. Así pues para los campos \vec{E}^+ y \vec{H}^+ se ha de cumplir la siguiente ecuación

$$\vec{D}^+ = \epsilon \vec{E}^+ - j \frac{\kappa_r \sqrt{\epsilon \mu}}{c} \vec{H}^+ \quad (2.62)$$

Sustituyendo el valor de \vec{H}^+ en términos de \vec{E}^+ en la ecuación 2.62 se tiene

$$\vec{D}^+ = \epsilon \vec{E}^+ - j \frac{\kappa_r \sqrt{\epsilon \mu}}{c} \frac{\vec{E}^+}{-j \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}} \quad (2.63)$$

$$= \epsilon (1 + \kappa_r) \vec{E}^+ \quad (2.64)$$

$$= \epsilon^+ \vec{E}^+ \quad (2.65)$$

De la ecuación 2.64 se obtiene el valor de la permitividad asociada al modo RCP

$$\epsilon^+ = \epsilon (1 + \kappa^r) \quad (2.66)$$

De igual manera se puede obtener la permitividad para el otro modo de propagación. Para este caso el valor de la impedancia asociada al modo LCP queda

$$\epsilon^- = \epsilon (1 - \kappa^r) \quad (2.67)$$

Para obtener la expresión de la permeabilidad se usará el índice de refracción. Aplicando de nuevo que términos de los modos fundamentales el medio ha de ser considerado como isótropo, el índice de refracción ha de cumplir

$$(n^+)^2 = \epsilon^{r,+} \mu^{r,+} \quad (2.68)$$

Despejando el parámetro $\mu^{r,+}$ de la ecuación anterior se obtiene

$$\mu^{r,+} = \frac{(n^+)^2}{\epsilon^{r,+}} \quad (2.69)$$

$$= \frac{\epsilon^r \mu^r (1 + \kappa^r)^2}{\epsilon^r (1 + \kappa^r)} \quad (2.70)$$

$$= \mu^r (1 + \kappa^r) \quad (2.71)$$

La permeabilidad asociada al modo RCP queda

$$\mu^+ = \mu (1 + \kappa^r) \quad (2.72)$$

Para el modo LCP se ha de proceder de igual forma obteniéndose como resultados

$$\mu^- = \mu(1 - \kappa^r) \quad (2.73)$$

De las ecuaciones de Maxwell aplicadas a estos campos se deducen una serie de relaciones entre ellos (2.74, 2.79). El vector \vec{u} marca la dirección de propagación del campo ($\vec{u} = \hat{z}$).

$$\vec{H}_\pm = \frac{1}{\eta_\pm} \vec{u} \times \vec{E}_\pm \quad (2.74)$$

$$\vec{E}_\pm = -\eta_\pm \vec{u} \times \vec{H}_\pm \quad (2.75)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{E}_\pm = 0 \quad (2.76)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{H}_\pm = 0 \quad (2.77)$$

$$\vec{E}_+ \cdot \vec{H}_+ = 0 \quad (2.78)$$

$$\vec{E}_- \cdot \vec{H}_- = 0 \quad (2.79)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_\pm &= -\eta_\pm \vec{u} \times \vec{H}_\pm \\ &= -\eta_\pm \vec{u} \times \left(\pm \frac{j}{\eta_\pm} \vec{E}_\pm \right) \\ &= \mp j \vec{u} \times \vec{E}_\pm \end{aligned} \quad (2.80)$$

donde se ha usado que $\vec{H}_\pm = \pm j \frac{\vec{E}_\pm}{\eta_\pm}$ [2]. Se puede conocer cuál es la dirección del vector de polarización, que en este caso es la dirección ortogonal al plano donde rota el campo eléctrico; el sentido viene dado por la regla de la mano derecha. Esta dirección viene dada por la expresión 2.81.

$$\begin{aligned} \vec{P}(E_\pm) &= \frac{\vec{E}_\pm \times \vec{E}_\pm^*}{j \vec{E}_\pm \vec{E}_\pm^*} \\ &= \pm \frac{\vec{E}_\pm \times (\vec{u} \times \vec{E}_\pm^*)}{\vec{E}_\pm \cdot \vec{E}_\pm^*} \\ &= \pm \frac{(\vec{E}_\pm \cdot \vec{E}_\pm^*) \cdot \vec{u} - (\vec{E}_\pm \cdot \vec{u}) \cdot \vec{E}_\pm^*}{\vec{E}_\pm \cdot \vec{E}_\pm^*} \\ &= \pm \vec{u} \end{aligned} \quad (2.81)$$

La dirección del vector de polarización en este caso coincide con la dirección de propagación del campo, esto quiere decir que el campo rota en el plano “xy”. Se tomará \vec{u}_+ (2.82) como vector unitario asociado al campo \vec{E}_+ y \vec{u}_- (2.83) como vector unitario que marca la dirección del campo \vec{E}_- .

$$\vec{u}_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -j) \quad (2.82)$$

$$\vec{u}_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, j) \quad (2.83)$$

2.4. Coeficientes de transmisión y de reflexión para incidencia normal sobre el medio

Cuando un campo electromagnético llega a la superficie de separación de dos medios materiales una parte de ese campo es reflejado mientras que el resto se trasmite del primer medio al segundo. La cantidad de campo que se refleja y se trasmite depende de los coeficientes de reflexión y de transmisión.

En esta sección se van a obtener los coeficientes de transmisión y reflexión de un medio bi-isótropo. En el Apéndice I se encuentran los coeficientes de transmisión y reflexión para un medio bi-anisótropo.

El sistema que se va a estudiar está formado por tres medios materiales, y por tanto cuenta con dos superficies de separación. Los medios se encuentran situados uno a continuación de otro a lo largo de la dirección del eje z. El medio situado en el centro es bi-isótropo y posee un espesor “d”, mientras que los situados en los extremos son “vacío” e indefinidos. El campo incidente se propagará en la dirección creciente del eje “z”.

La existencia de dos modos fundamentales de propagación implica que cualquier campo que se propague por el interior de un medio bi-isótropo puede ser descompuesto como combinación lineal de estos dos modos. En el caso de que el campo que se trasmite sea lineal este se descompondrá como suma de los campos E^\pm y H^\pm , 2.84 y 2.85, cada uno de los cuales ve al medio como si fuera isótropo y caracterizado por los parámetros ϵ^\pm y μ^\pm .

$$\vec{E} = \vec{E}^+ + \vec{E}^- \quad (2.84)$$

$$\vec{H} = \vec{H}^+ + \vec{H}^- \quad (2.85)$$

Se comenzará por estudiar la propagación de los campos \vec{E}^+ y \vec{H}^+ . En la Figura 2.1 hay un esquema del sistema que se va a analizar.

En la Figura 2.1 el vector $\vec{E}^+(0)$ hace referencia al campo eléctrico de una onda incidente con polarización circular a derechas en el plano $z = 0$. Los vectores con el superíndice “+” hacen referencia a campos con polarización circular a derechas, mientras que los campos con polarización circular a izquierdas están indicados con “-”. El significado del resto de coeficientes está recogido en la Tabla 5.1.

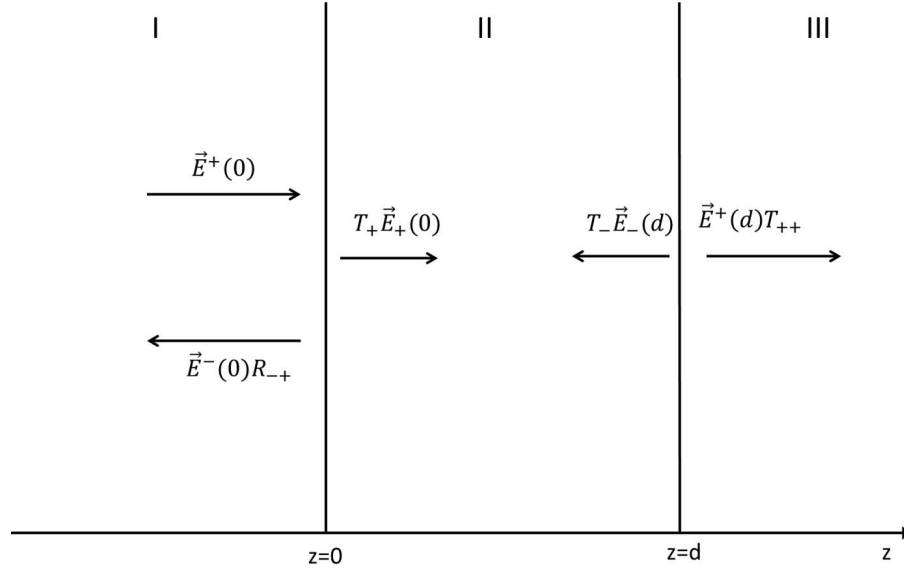


Fig. 2.1: Esquema de un sistema formado por un medio bi-isótropo (medio II) de espesor d sobre el que incide una onda plana con polarización circular a derechas. En el esquema están representados todos los campos reflejados y transmitidos en las dos superficies de separación. Los medios situados delante (I) y detrás (III) del medio son vacío.

Símbolo	Significado
R_{-+}	Coeficiente de reflexión en el plano $z = 0$.
T_{+}	Coeficiente de transmisión del campo RCP en el plano $z = 0$.
T_{-}	Coeficiente de reflexión del campo LCP en el plano $z = d$.
T_{++}	Coeficiente de transmisión del campo RCP en el plano $z = d$.

Tabla 2.1: Significado de los coeficientes del esquema 5.1

En el medio I y en el plano $z = 0$ el campo electromagnético incidente es de la forma 2.86 y 2.87. Por tanto los campos reflejados en ese mismo plano vendrán dados por las expresiones 2.88 y 2.89.

$$\vec{E}^i(0) = E_0 (1, -j) \quad (2.86)$$

$$\vec{H}^i(0) = \frac{E_0}{Z_0} (j, 1) \quad (2.87)$$

$$\vec{E}^r(0) = R_{-+} E_0 (1, -j) \quad (2.88)$$

$$\vec{H}^r(0) = \frac{-R_{-+} E_0}{Z_0} (j, 1) \quad (2.89)$$

Estos dos últimos campos corresponden a una onda a izquierdas propagándose en sentido “-z”. Los campos transmitidos en el medio III vienen dados por las expresiones 2.90 y 2.91

$$\vec{E}^t(0) = T_{++}E_0(1, -j) \quad (2.90)$$

$$\vec{H}^t(0) = \frac{T_{++}E_0}{Z_0}(j, 1) \quad (2.91)$$

En el interior del medio se propaga un campo RCP en sentido creciente del eje “z” y un campo LCP en sentido decreciente. La forma que tienen estos campos viene recogida en las expresiones 2.92 a 2.95. El superíndice “+z” indica que el campo se propaga en el sentido creciente de z, mientras que “-z” indica que se propaga en sentido decreciente.

$$\vec{E}^{+z}(0) = T_+E_0(1, -j) \quad (2.92)$$

$$\vec{H}^{+z}(0) = \frac{T_+E_0}{Z}(j, 1) \quad (2.93)$$

$$\vec{E}^{-z}(0) = T_-E_0(1, -j) \quad (2.94)$$

$$\vec{H}^{-z}(0) = \frac{-T_-E_0}{Z}(j, 1) \quad (2.95)$$

Imponiendo que las componentes tangenciales de los campos \vec{E} y \vec{H} sean continuas en el plano $z = 0$ se obtienen las dos siguientes ecuaciones

$$\vec{E}_t^I = \vec{E}_t^{II}$$

$$E_0(1, -j) + R_{-+}E_0(1, -j) = T_+E_0(1, -j) + T_-E_0(1, -j)e^{-jk^-d} \quad (2.96)$$

$$\vec{H}_t^I = \vec{H}_t^{II}$$

$$\frac{E_0}{Z_0}(j, 1) - \frac{R_{-+}E_0}{Z_0}(j, 1) = \frac{T_+E_0}{Z}(j, 1) - \frac{T_-E_0}{Z}(j, 1)e^{-jk^-d} \quad (2.97)$$

Estas dos condiciones también pueden ser impuestas en el plano $z = d$ obteniéndose las ecuaciones

$$\vec{E}_t^{II} = \vec{E}_t^{III}$$

$$T_+ E_0 e^{-jk^+d} (1, -j) + T_- E_0 (1, -j) = T_{++} E_0 (1, -j) \quad (2.98)$$

$$\vec{H}_t^{II} = \vec{H}_t^{III}$$

$$\frac{T_+ E_0 e^{-jk^+d}}{Z} (j, 1) - \frac{T_- E_0}{Z} (j, 1) = \frac{T_{++} E_0}{Z_0} (j, 1) \quad (2.99)$$

De las cuatro ecuaciones anteriores se llegan a las siguientes

$$1 + R_{-+} = T_+ + T_- e^{-jk^-d} \quad (2.100)$$

$$1 - R_{-+} = \frac{T_+}{Z_r} - \frac{T_-}{Z_r} e^{-jk^-d} \quad (2.101)$$

$$T_+ e^{-jk^+d} + T_- = T_{++} \quad (2.102)$$

$$\frac{T_+}{Z_r} e^{-jk^+d} - \frac{T_-}{Z_r} = T_{++} \quad (2.103)$$

$$(2.104)$$

donde $Z_r = \frac{Z}{Z_0}$. Estas cuatro ecuaciones se pueden expresar por medio de matrices, quedando recogidas de la siguiente forma

$$\begin{pmatrix} 1 + R_{-+} \\ 1 - R_{-+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & e^{-jk^-d} \\ \frac{1}{Z_r} & -\frac{e^{-jk^-d}}{Z_r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_+ \\ T_- \end{pmatrix} \quad (2.105)$$

$$\begin{pmatrix} T_{++} \\ T_{++} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-jk^+d} & 1 \\ \frac{e^{-jk^+d}}{Z_r} & -\frac{1}{Z_r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_+ \\ T_- \end{pmatrix} \quad (2.106)$$

A la matriz del sistema de ecuaciones 2.105 se le denomina M_1 mientras que a la matriz del sistema 2.106 se le denomina M_2 . Invirtiendo M_2 se pueden expresar los coeficientes T_{\pm} en términos de T_{++}

$$\begin{pmatrix} T_+ \\ T_- \end{pmatrix} = -\frac{Z_r}{2e^{-jk^+d}} \begin{pmatrix} -\frac{1}{Z_r} & -1 \\ -\frac{e^{-jk^+d}}{Z_r} & e^{-jk^+d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{++} \\ T_{++} \end{pmatrix} \quad (2.107)$$

Símbolo	Significado
R_{+-}	Coeficiente de reflexión en el plano $z = 0$ del campo LCP.
T_-	Coeficiente de transmisión del campo LCP en el plano $z = 0$.
T_+	Coeficiente de reflexión del campo RCP en el plano $z = d$.
T_{--}	Coeficiente de transmisión del campo LCP en el plano $z = d$.

Tabla 2.2: Significado de los coeficientes del esquema 5.1

De esta forma se pueden expresar los términos $1 \pm R_{-+}$ en términos de T_{++}

$$\begin{pmatrix} 1 + R_{-+} \\ 1 - R_{-+} \end{pmatrix} = -\frac{Z_r}{2e^{-jk^+d}} \begin{pmatrix} -\frac{1+e^{-j(k^++k^-)d}}{Z_r} & 1 - e^{-j(k^++k^-)d} \\ \frac{1-e^{-j(k^++k^-)d}}{Z_r^2} & \frac{1+e^{-j(k^++k^-)d}}{Z_r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{++} \\ T_{++} \end{pmatrix} \quad (2.108)$$

Se puede obtener la variable T_{++} únicamente sumando las dos ecuaciones anteriores ya que se cancela la variable R_{-+}

$$T_{++} = \frac{4Z_re^{-jk^+d}}{\left((Z_r + 1)^2 - 2\right)(1 - e^{-j(k^++k^-)d})} \quad (2.109)$$

La expresión que se obtiene para R_{-+} es

$$R_{-+} = 1 - \frac{\left(\frac{1-Z_r}{1+Z_r}\right) - e^{-j(k^++k^-)d}}{\left(Z_r - \left(\frac{1-Z_r}{1+Z_r}\right)\right)(1 - e^{-j(k^++k^-)d})} \quad (2.110)$$

Una vez conocidos los coeficientes de transmisión y reflexión de los campos eléctricos asociados al modo RCP se pueden calcular los coeficientes de los campos \vec{E}^- y \vec{H}^- . En la Figura 2.2 viene un esquema del sistema que se va a analizar. El campo $\vec{E}^-(0)$ representa un campo LCP que incide sobre un medio bi-isótropo en el plano $z = 0$. El significado del resto de coeficientes está recogidos en la tabla 4.1.

En este caso las ecuaciones que describen a los campos en la región I son 2.111 a 2.114. En el medio III los campos vienen dados por 2.115 y 2.116, y en el interior del medio bi-isótropo su expresión viene dada por las ecuaciones 2.117 a 2.120.

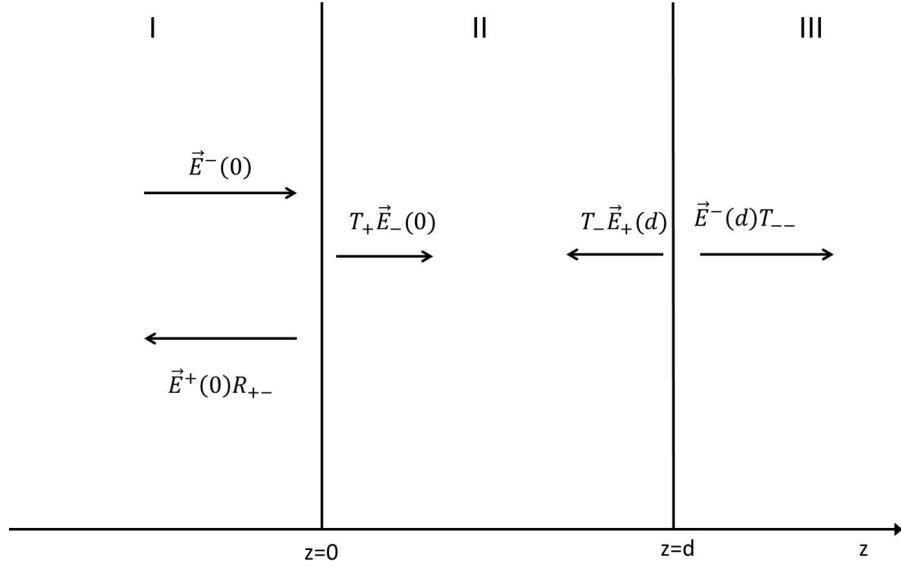


Fig. 2.2: Esquema de un sistema formado por un medio bi-isótropo (medio II) de espesor d sobre el que incide una onda plana con polarización circular a izquierdas.

$$\vec{E}^i(0) = E_0(1, j) \quad (2.111)$$

$$\vec{H}^i(0) = \frac{E_0}{Z_0}(-j, 1) \quad (2.112)$$

$$\vec{E}^r(0) = R_{+-}E_0(1, j) \quad (2.113)$$

$$\vec{H}^r(0) = \frac{-R_{+-}E_0}{Z_0}(-j, 1) \quad (2.114)$$

Los campos transmitidos en el medio III vienen dados por las expresiones 2.90 y 2.91

$$\vec{E}^t(0) = T_{++}E_0(1, j) \quad (2.115)$$

$$\vec{H}^t(0) = \frac{T_{--}E_0}{Z_0}(-j, 1) \quad (2.116)$$

En el interior del medio se propaga un campo RCP en sentido creciente del eje “z” y una onda LCP en sentido decreciente. La forma que tienen estos campos viene recogida en las expresiones 2.92 a 2.95

$$\vec{E}^{+z}(0) = T_- E_0(1, j) \quad (2.117)$$

$$\vec{H}^{+z}(0) = \frac{T_- E_0}{Z}(-j, 1) \quad (2.118)$$

$$\vec{E}^{-z}(0) = T_+ E_0(1, j) \quad (2.119)$$

$$\vec{H}^{-z}(0) = \frac{-T_+ E_0}{Z}(-j, 1) \quad (2.120)$$

Realizando los mismo pasos que para el campo RCP, es decir, imponiendo la igualdad de las componentes tangenciales de los campos \vec{E} y \vec{H} en las dos superficies de separación, se llegará de nuevo a cuatro ecuaciones que expresadas en forma matricial permitirán relacionar el coeficiente de reflexión, R_{+-} , con el coeficiente de transmisión, T_{--} . Las expresiones a las que se llega en este caso son las siguientes

$$T_{--} = \frac{4Z_r e^{-jk^-d}}{\left((Z_r + 1)^2 - 2\right) (1 - e^{-j(k^+ + k^-)d})} \quad (2.121)$$

$$R_{-+} = 1 - \frac{\left(\frac{1-Z_r}{1+Z_r}\right) - e^{-j(k^+ + k^-)d}}{\left(Z_r - \left(\frac{1-Z_r}{1+Z_r}\right)\right) (1 - e^{-j(k^+ + k^-)d})} \quad (2.122)$$

Comparando los coeficientes obtenidos para el campo RCP, 2.109 y 2.110, con las obtenidas para el campo LCP, 2.121 y 2.122, se observa que los dos coeficientes de reflexión son iguales, $R_{+-} = R_{-+}$ y que la relación entre los coeficientes de transmisión es

$$T_{++} e^{jk^+d} = T_{--} e^{jk^-d} \quad (2.123)$$

2.5. Determinación de la quiralidad

Cuando se realiza el análisis de un medio quiral, el campo incidente suele estar linealmente polarizado, [11], esto misma técnica será la usada en el análisis de los medios que se van a presentar en este trabajo. Por ello es interesante estudiar como será el campo a la salida de un medio quiral, cuando el campo incidente es lineal. Para esto se hará uso de la descomposición en modos normales y de los coeficientes de transmisión antes obtenidos.

La descomposición de un campo linealmente polarizado, orientado en la dirección del eje “x”, en términos de un campo RCP y un campo LCP queda de la forma

$$\vec{E}^{inc}(0) = (E_0, 0) = \frac{E_0}{2}(1, -j) + \frac{E_0}{2}(1, j) \quad (2.124)$$

Por tanto el campo transmitido es de la forma (se vuelve a asumir que el medio quiral que atraviesa el campo posee un espesor igual a d)

$$\vec{E}^t(d) = T_{++} \frac{E_0}{2} (1, -j) + T_{--} \frac{E_0}{2} (1, j) \quad (2.125)$$

El valor del número de onda asociado a cada uno de los modos normales en términos de la quiralidad es de la forma $k^\pm = k \pm k_0 \kappa$. Por otro lado tomando $T \equiv T_{++} e^{jk^+d} = T_{--} e^{jk^-d}$ la expresión del campo transmitido se puede poner de la siguiente forma

$$\vec{E}^t(d) = \frac{E_0}{2} [T e^{-jk^+d} (1, -j) + T e^{-jk^-d} (1, j)] \quad (2.126)$$

$$= T \frac{E_0}{2} e^{-j2kd} [e^{-jk_0\kappa d} (1, -j) + e^{jk_0\kappa d} (1, j)] \quad (2.127)$$

$$= T \frac{E_0}{2} e^{-j2kd} [e^{-jk_0\kappa d} + e^{jk_0\kappa d}, -j (e^{-jk_0\kappa d} - e^{jk_0\kappa d})] \quad (2.128)$$

$$= T E_0 e^{-j2kd} [\cos(k_0\kappa d), \sin(k_0\kappa d)] \quad (2.129)$$

En la Figura 2.3 hay un esquema del campo \vec{E} transmitido en términos de sus componente “x” e “y”.

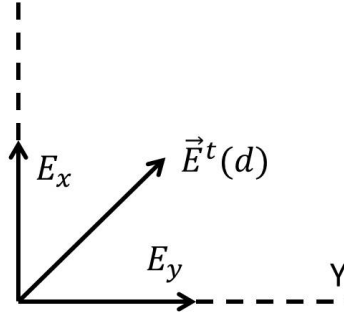


Fig. 2.3: Campo eléctrico transmitido en términos de sus componentes E_x y E_y .

Así pues de acuerdo con las ecuaciones 2.128 si el valor del parámetro κ es real, el campo transmitido se encontrará linealmente polarizado y orientado a lo largo de la dirección que marca el ángulo $\phi = k_0\kappa d$. En el caso de no ser real, la polarización del campo transmitido será elíptica y el ángulo rotado por el campo será medido hasta la dirección en que se encuentre orientado el eje mayor de la elipse. En la Figura 2.4 hay un esquema del campo transmitido en términos de los modos normales de propagación en un medio BI. El ángulo rotado por el campo \vec{E}^- es $kd - k_0\kappa d$, mientras que el ángulo rotado por \vec{E}^+ es $kd + k_0\kappa d$.

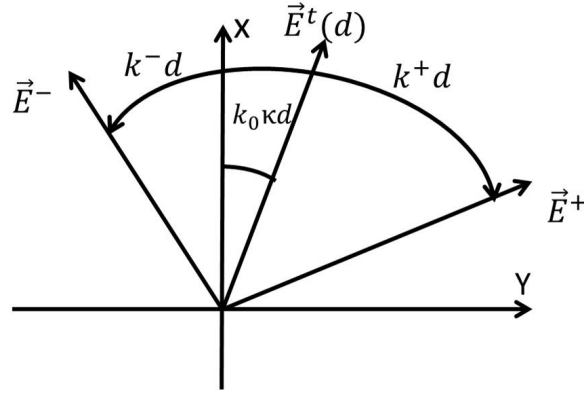


Fig. 2.4: Campo eléctrico transmitido en términos de los dos modos normales de propagación de un medio bi-isótropo

Los coeficientes de transmisión para un campo linealmente polarizado se pueden poner en función de T_{++} y T_{--} . Para ello hay que descomponer el campo transmitido en términos de los modos RCP y LCP, tal y como se ha hecho en la ecuación 2.125. El campo lineal transmitido queda

$$\vec{E}^t(d) = \frac{E_0}{2} [T_{++} (1, -j) + T_{--} (1, j)] \quad (2.130)$$

$$= E_0 \left[\frac{T_{++} + T_{--}}{2}, -j \frac{T_{++} - T_{--}}{2} \right] \quad (2.131)$$

De la ecuación 2.131 se puede definir el coeficiente de transmisión co-polar (T_{co}), en la dirección del campo incidente, y el coeficiente de transmisión cros-polar (T_{cr}), en la dirección perpendicular a la del campo incidente de acuerdo con el sentido de giro de la mano derecha

$$T_{co} = \frac{T_{++} + T_{--}}{2} \quad (2.132)$$

$$T_{cr} = -j \frac{T_{++} - T_{--}}{2} \quad (2.133)$$

A partir de los coeficientes de transmisión y reflexión es posible conocer los parámetros que caracterizan al sistema. En el Apéndice II viene detallado el cálculo de la permeabilidad, permitividad e índice de refracción del medio [25].

Esta sección se centrará en el estudio de la polarización del campo a la salida del metamaterial y la dirección en la cual está orientado. Para conocer esto se va a obtener el

ángulo de rotación y la elipticidad del campo transmitido. El valor de estos parámetros en términos de los coeficientes de transmisión viene dado por las expresiones 2.134 (ángulo de rotación) y 2.135 (elipticidad). Estas dos expresiones han sido obtenidas de [2].

$$\tau = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2 T_{co} T_{cr} \cos(\Delta\phi)}{(T_{co})^2 - (T_{cr})^2} \right) \quad (2.134)$$

$$\epsilon = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{|T_{++}|^2 - |T_{--}|^2}{|T_{++}|^2 + |T_{--}|^2} \right) \quad (2.135)$$

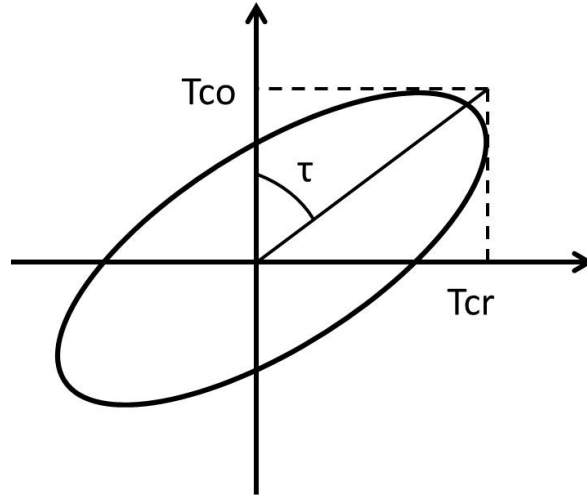


Fig. 2.5: Polarización del campo a la salida del metamaterial cuando la quiralidad presenta un valor imaginario, junto con los coeficientes de transmisión asociados, T_{co} y T_{cr} . En este esquema también se ha representado el ángulo de rotación τ .

Otro parámetro que se va a estudiar y que en este caso caracteriza al medio es la quiralidad, que también se puede obtener por medio de los coeficientes de transmisión. Cuando se analiza un metamaterial se miden los campos transmitidos en las direcciones co-polar y cros-polar, de esta forma se obtienen los coeficientes T_{co} y T_{cr} . Para obtener los coeficientes T_{++} y T_{--} se pueden emplear las ecuaciones 2.132 y 2.133

$$T_{++} = T_{co} + jT_{cr} \quad (2.136)$$

$$T_{--} = T_{co} - jT_{cr} \quad (2.137)$$

De las expresiones 2.109 y 2.121 se puede obtener una expresión para κ en términos de los coeficientes de transmisión. Para ello dividiendo T_{--} entre T_{++} se obtiene

$$\frac{T_{--}}{T_{++}} = e^{-j(k^- - k^+)d} = e^{j2k_0\kappa d} \quad (2.138)$$

Donde se ha usado la definición de k^+ y k^- en términos de la quiralidad. Despejando el valor de la quiralidad de la ecuación anterior se obtiene

$$\kappa = \frac{1}{2jk_0d} \ln \left(\frac{T_{--}}{T_{++}} \right) \quad (2.139)$$

Si sustituye la quiralidad en términos de su parte real e imaginaria, $\kappa = \kappa_r - j\kappa_i$, en la ecuación 2.138 se obtienen las siguientes expresiones

$$\kappa_r = \frac{1}{2k_0d} \phi \left(\frac{T_{--}}{T_{++}} \right) + \frac{1}{2k_0d} m2\pi \quad (2.140)$$

$$\kappa_i = \frac{j}{2k_0L} \log \left(\frac{|T_{--}|}{|T_{++}|} \right) \quad (2.141)$$

En la Figura 2.5 hay un esquema en el que se ha representado la elipse que describe el campo \vec{E} a la salida del metamaterial cuando la quiralidad no es real, junto con los coeficientes de transmisión T_{co} y T_{cr} asociados. En esa figura también viene representado el ángulo que ha rotado la elipse, τ .

Capítulo 3

Técnicas de simulación

3.1. Entorno de simulación

3.1.1. Introducción

Una de las partes más importantes de este trabajo ha sido el diseño y simulación de nuevas estructuras con simetría quiral. Para ello se ha empleado un software comercial llamado CST MICROWAVE STUDIO, muy usado en el campo de los metamateriales ya que se trata de una herramienta que permite simular en 3D la respuesta electromagnética de ciertas estructuras con bastante rapidez y precisión, además ofrece una gran capacidad para diseñar estructuras complejas [7, 8, 9].

La herramienta CST ofrece la posibilidad de resolver un problema empleando 6 módulos diferentes de análisis, en este trabajo se ha usado el llamado *Transient Solver* [9]. Este método calcula la evolución temporal de los campos electromagnéticos en puntos específicos del sistema que se están estudiando. Se basa en resolver la discretización de las ecuaciones de Maxwell en forma integral proporcionadas por el método FIT (*Finite Integration Technique*). El cálculo del campo eléctrico (\mathbf{e}) y del campo magnético (\mathbf{b}) se realiza siguiendo un esquema *leap frog*, el cual a partir de unos valores del campo eléctrico y del campo magnético en el instante t , calcula un nuevo valor para el campo \mathbf{e} en el instante $t+1/2$. Con el valor de \mathbf{b} conocido en el instante t y con el nuevo valor de $e^{t+1/2}$ calcula e^{t+1} , es decir, en este algoritmo se produce un cálculo alternativo en el tiempo de los valores de \mathbf{e} y \mathbf{b} . Para poder resolver las ecuaciones de Maxwell es preciso definir un volumen finito dentro del cual se encuentre el sistema a analizar y realizar un mallado de ese dominio. Para el caso del método FIT se calculan dos mallados ortogonales del sistema sobre los que se aplican las ecuaciones discretizadas de Maxwell. El módulo de análisis *transiente solver* hace uso de la técnica PBA (*Perfect Boundary Approximation*) que permite lograr un mallado muy aproximado al sistema que se va a analizar.

Para que el algoritmo *transient solver* sea estable el paso de integración está limitado por el paso mínimo de mallado usado en la discretización de la estructura. Un análisis en el dominio del tiempo es especialmente interesante si se quiere estudiar la propagación de campos electromagnéticos a través de sistemas PCB. Además permite el análisis de los sistemas en un amplio rango de frecuencias y es idóneo para resolver problemas con

condiciones de contorno abiertas y de grandes dimensiones. Estas características lo hace muy apropiado para el análisis de los metamateriales.

En el módulo *Transient Solver* es necesario establecer una cota que permita al módulo de cálculo distinguir cuando el ruido numérico empieza a dominar sobre la señal, una vez alcanzado este nivel el ordenador detendrá los cálculos. El criterio depende de la energía en el interior del dispositivo, cuando es inferior a un cierto límite el sistema se detiene automáticamente. Otro criterio para detener automáticamente una simulación consiste en definir un tiempo máximo de simulación que si se llega a alcanzar el programa deberá detener los cálculos.

Este método de cálculo usa un pulso gaussiano como señal de entrada, su transformada es por tanto una función gaussiana. Este tipo de pulsos presenta la ventaja de usar un ancho de banda limitado, lo que permite crear un mallado con el que muestrear todas las frecuencias.

Como ya se ha mencionado los metamateriales que se van a diseñar en este trabajo están basando en la tecnología PCB debido a las ventajas que presenta frente a las otras técnicas de fabricación. Estos diseños consisten en una lámina de sustrato dieléctrico, en este caso se ha usado FR4 (*Flame Retardant*), sobre el que se sitúan una serie de pistas sobre las dos caras del sustrato y que pueden estar unidas por medio de vías, el material que se ha empleado tanto en el diseño de las pistas como de las vías ha sido cobre. En la Figura 3.1 se muestra el valor de la permitividad relativa, parte real e imaginaria, usada en la simulación de estos metamateriales. La dispersión de este modelo viene descrita por un modelo de Debye de primer orden. Para la permeabilidad no se ha usado ningún modelo de dispersión, toma el valor $\mu_r = 1$ para todo el rango de frecuencias.

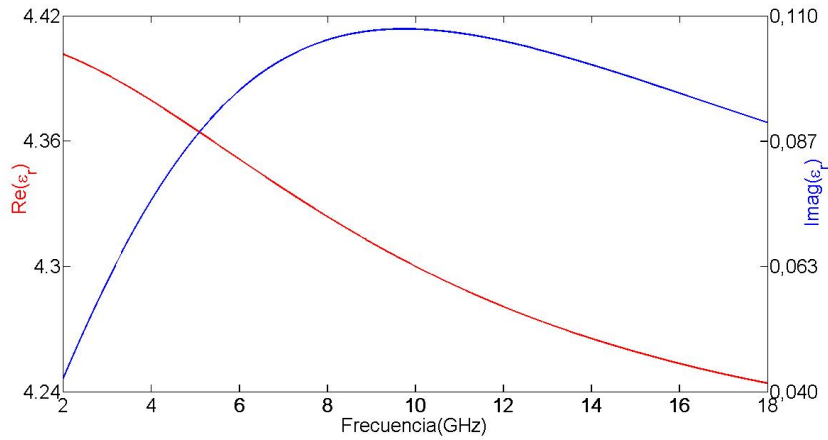


Fig. 3.1: Permitividad del material FR-4. La línea roja representa la parte real de la permitividad relativa, la línea azul representa la parte imaginaria de la permitividad relativa. Estas curvas están descritas por un modelo de dispersión de Debye de primer orden.

El único efecto que produce el material FR-4 sobre los campos electromagnéticos incidentes es absorción, que se traduce en la aparición de una leve elipticidad sobre la polarización lineal incidente. En la Figura 3.2 se muestra el módulo del campo incidente, del campo transmitido en la dirección copolar a la incidente y el campo transmitido transmitido en la dirección crosplar, además de la elipticidad de la onda transmitida para un campo incidente orientado en la dirección del eje x positivo (90° con respecto al eje y). La lámina se ha situado en el plano $z = 0$, siendo la dirección que marca el eje x ortogonal a la superficie mayor del sustrato. El grosor de la lámina de sustrato ha sido de $2,4mm$.

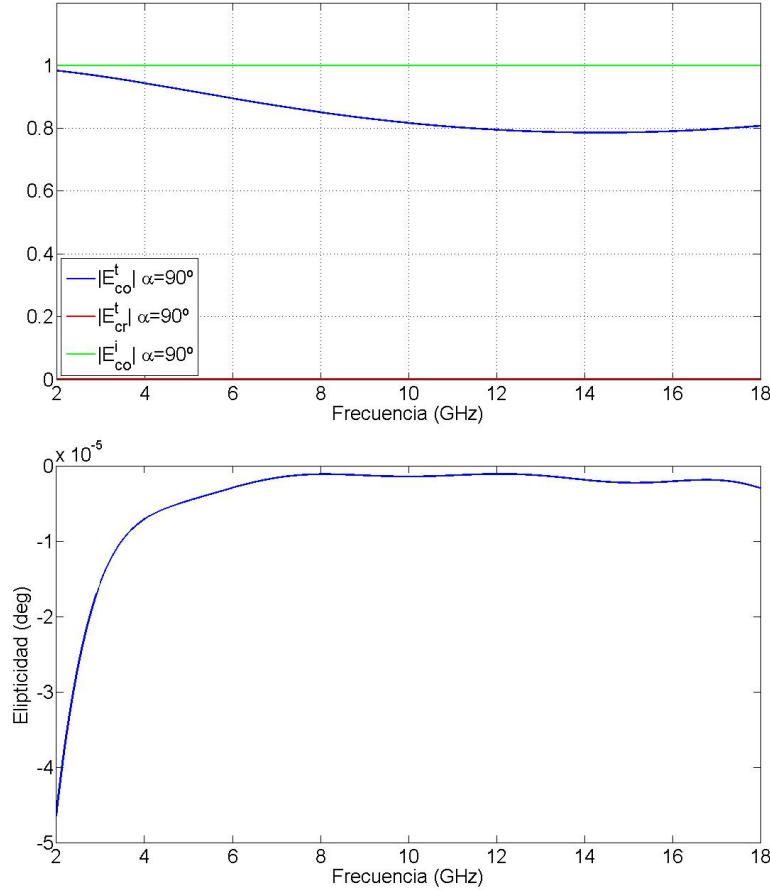


Fig. 3.2: Propiedades del material FR-4. En la imagen superior se muestra el campo incidente ($E^i \alpha = 90^\circ$), el campo transmitido en la dirección copolar al incidente ($E_{co}^t \alpha = 90^\circ$) y el campo transmitido en la dirección crosplar ($E_{cr}^t \alpha = 90^\circ$), el campo incidente está orientado a lo largo del eje x positivo. En la figura inferior se observa la elipticidad del campo transmitido. El grosor de la lámina de FR-4 que se ha usado es de $2,4mm$.

Debido a esto cualquier modificación en la onda incidente, bien sea mediante la rotación

de la polarización o cambio de polarización, que se produzca en el campo transmitido una vez se han incluido los elementos resonadores debe ser atribuido a la presencia de estas estructuras metálicas.

3.1.2. Procedimiento de simulación

CST es una herramienta de simulación que permite diseñar cualquier tipo de estructura y observar su respuesta electromagnética, además permite recrear con bastante precisión las condiciones en las que se realizan medidas experimentales, esto lleva a conseguir unos resultados que se aproximan bastante a la realidad [7, 8, 9].

Antes de iniciar la simulación es necesario realizar una serie de pasos encaminados a definir correctamente la estructura que se quiere simular y sus condiciones de contorno para que así los resultados que se obtienen al final sean lo más cercanos posibles a la realidad. A continuación se describen los pasos a seguir al realizar una simulación. Es importante tener en cuenta que los pasos que aquí se describen son los usados en la simulación de las estructuras que se van a presentar en el apartado siguiente, para otro tipo de estructuras o dispositivos estos pasos han de ser modificados de acuerdo a las necesidades del problema.

1. **Entorno.** El primer paso es definir el medio que forma el entorno donde se realizarán las medidas. Aunque es el aire el medio que suele envolver a todos los dispositivos cuando se realiza las medidas experimentales, en la simulación se usará vacío. Este cambio de medio no introduce ningún error en los resultados ya que las diferencias entre las propiedades electromagnéticas de ambos medios no son significativas para el problemas que se va a analizar. Hay que tener en cuenta que para el aire $\mu_r \approx 1$ y $\epsilon_r \approx 1$. Figura 3.3.

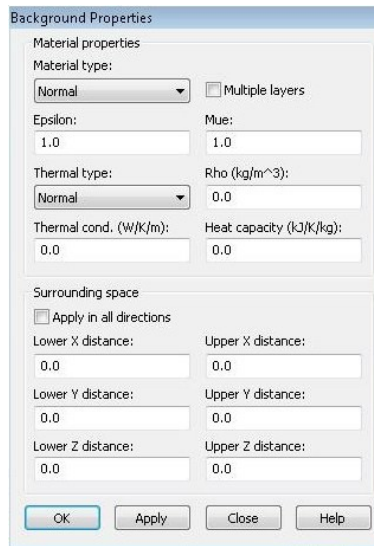


Fig. 3.3: Medio de fondo

2. **Establecer unidades de referencia.** Esto facilitará el diseño de las estructuras y la interpretación de los resultados, ya que todos los valores proporcionados por el sistema estarán expresados en esas unidades. Debido a las dimensiones de las estructuras quirales se usarán “mm” como unidad de longitud, “GHz” como unidad de frecuencia y “ns” como unidad de tiempo. Figura 3.4.

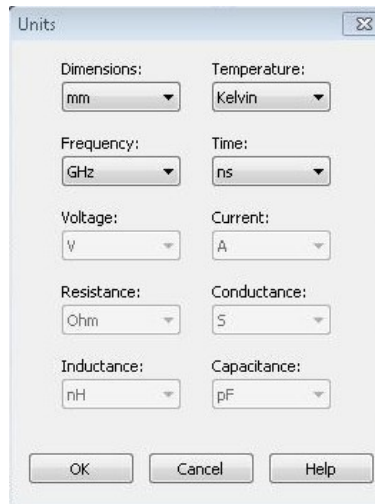


Fig. 3.4: Unidades de referencia

3. **Diseño de la estructura.** El tercer punto consiste en crear la estructura que se va a estudiar. Para ello CST dispone de una serie de formas básicas pre-diseñadas (esferas, conos, cilindros, ortoedros,...) que permiten crear cualquier pieza por superposición de estas. Para usar cualquiera de esas formas únicamente hay que asignarle el tamaño que se quiere que tengan, la posición en el espacio que van a ocupar y el tipo de material del que están hechos. Una vez varias formas se han superpuesto CST la da opción de modelar la región común a todas ellas y, además, de unir las de forma que queden como una única pieza.

Para elegir el material del que un objeto está hecho CST dispone de una librería en la que vienen definidos los materiales más comunes, aunque también cuenta con la opción de que se cree cualquier otro material introduciendo únicamente los valores de permeabilidad, permitividad y la constante de pérdidas.

Al diseñar cualquier estructura es conveniente parametrizar tanto su tamaño como su posición en el espacio, CST ofrece esta posibilidad al sustituir todos los valores que definen la posición de una estructura y su tamaño por letras, a las que posteriormente habrá que asignar un valor. Esta parametrización permite modificar las estructuras rápidamente ya que no es necesario modificar uno por uno los tamaños de las formas

básicas que la constituyen, sino que al cambiar el valor de uno de los parámetros todos los objetos se actualizan.

En el caso de los metamateriales que se van a estudiar a continuación los materiales usados son los que vienen definidos en las librerías del programa. En cuanto al tipo de estructura que se ha diseñado, en la Figura 3.5 se muestra un ejemplo. Únicamente se diseñará una celda unidad con una de las dos caras de mayor tamaño del sustrato situada en el plano $z = 0$, plano aen el que además se situarán los elementos resonantes.

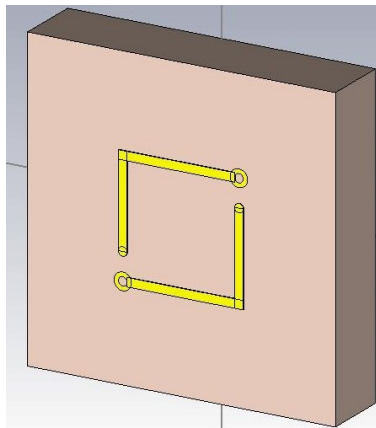


Fig. 3.5: Unidades de referencia

4. **Condiciones de contorno.** Debido a que cada uno de los elementos quirales que forman el metamaterial interacciona con aquellos que se encuentran más próximos a él, se elegirán condiciones de contorno periódicas en los ejes “x” e “y” lo que simulará un sustrato indefinido en el plano “xy”. Esto además permitirá que la respuesta observada se deba únicamente al metamaterial y no a posibles difracciones en los bordes de éste. En la dirección z se elegirá *open(add space)* esta condición amortigua la onda tras la estructura evitando así que se produzcan ondas reflejadas. En la Figura 3.6 se muestra un esquema de como serían las condiciones de contorno

Debido a las condiciones de contorno en la dirección z es necesario añadir dos bloques, de material "vacío", delante y detrás de la estructura para poder conocer como son los campos electromagnéticos reflejados y transmitidos por el metamaterial. En caso de no situar estos dos bloques los campos transmitidos no podrían ser medidos ya que serían atenuados por las condiciones de contorno nada más salir del metamaterial, con estos dos nuevos componentes los campos son atenuados tras los bloques y permiten

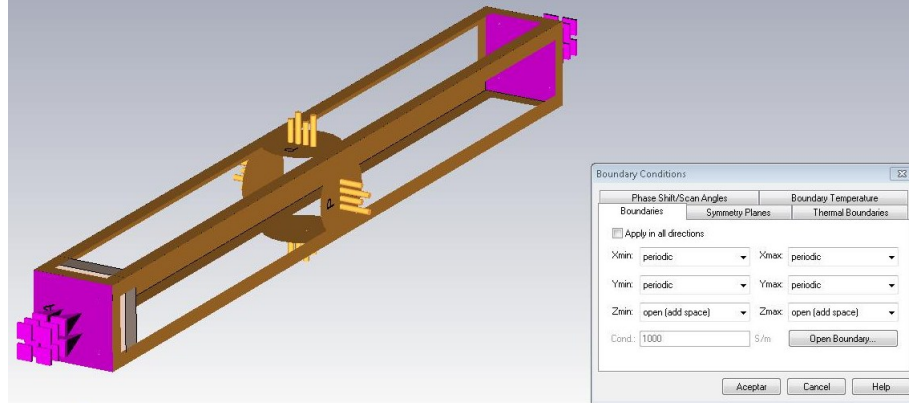


Fig. 3.6: Condiciones de contorno. A las direcciones x e y se asignan condiciones periódicas, a la dirección z se le asignan condiciones de espacio abierto.

situar en ellos sondas para la medida de los campos. En la Figura 3.7 se muestra un metamaterial sobre el que se han añadido los dos bloques de vacío. CST permite seleccionar el grado de atenuación, conviene que este valor sea alto para evitar que los campos reflejados al final de cada bloque se superpongan a los campos producidos por el metamaterial distorsionando los resultados.

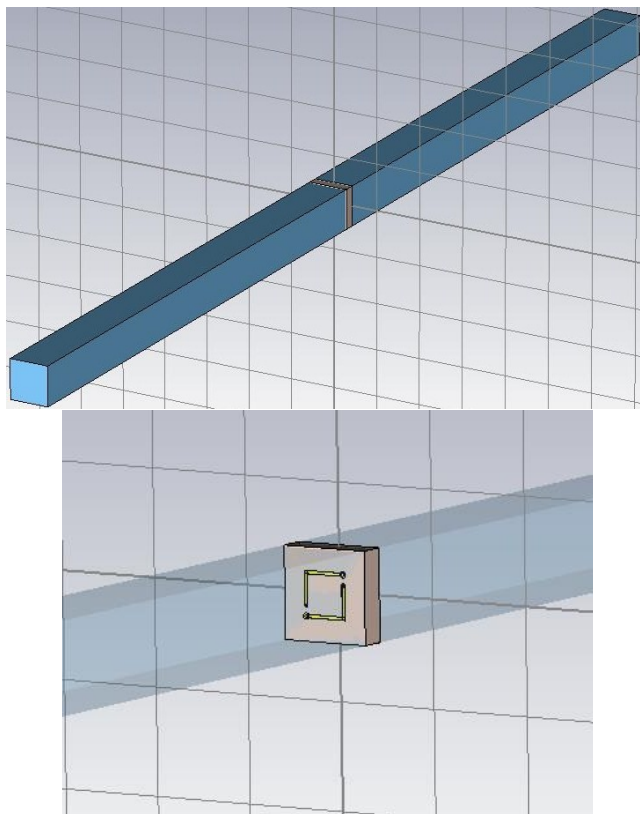


Fig. 3.7: Sistema formado por un metamaterial sobre el que se han añadido dos bloques de “vacío” para poder medir el campo transmitido y reflejado.

5. **Forma de excitación.** Existen diversas formas para excitar al sistema, una de ellas consiste en establecer puertos que emitan un impulso para excitar a la estructura, además estos puertos permiten recoger la señal que les llegue, de forma que no actúan únicamente como emisores sino también como receptores. En las simulaciones que se han realizado no se ha usado esta forma de estímulo, en su lugar se empleará la opción *plane waves*, que permite excitar al sistema con ondas planas tanto linealmente polarizadas como circularmente polarizadas, a derechas o a izquierdas. En cuanto a la excitación por onda plana linealmente polarizada se establecerá el origen de fases en el plano $z = 0$, cuando la propagación es a lo largo de la dirección z .

En las estructuras que se han diseñado se ha hecho incidir sobre el sistema una onda plana, con polarización lineal y en la que el campo eléctrico está orientado en la dirección del eje x positivo, el sentido de avance de la onda era en la dirección del eje z positivo. En la Figura 3.8 se muestra un ejemplo de un metamaterial excitado por una onda plana linealmente polarizada en la dirección que marca \vec{e}

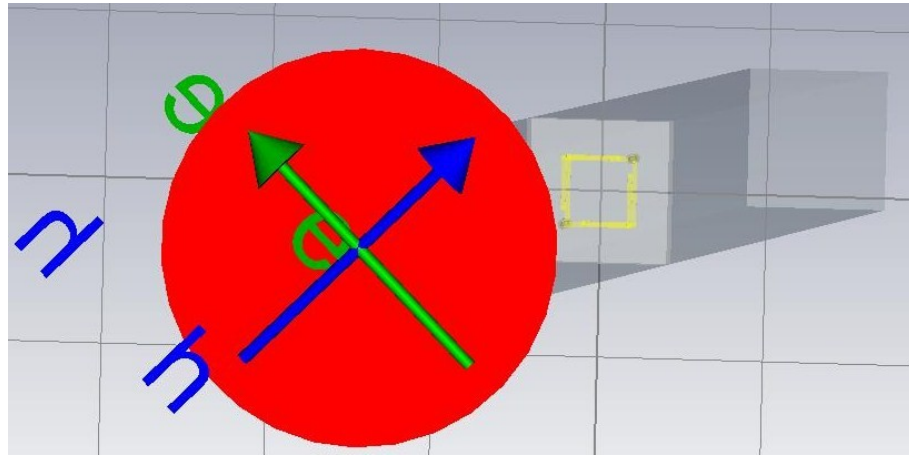


Fig. 3.8: Excitación por onda plana linealmente polarizada

6. **Mallado.** Los campos electromagnéticos no son calculados por el programa en cada punto del espacio, sino que realiza una discretización de la estructura, es decir, escoge una serie de puntos dentro de todo el sistema que está simulando y en ellos calcula los campos electromagnéticos. Existen diversos tipos de mallado, se ha empleado el llamado "tetrahedric". La Figura 3.9 muestra como sería el mallado sobre una de las estructuras diseñadas.
7. **Sondas.** Para observar los campos resultantes se han empleado unas sondas que permiten medir el campo eléctrico en una posición específica del espacio y en una

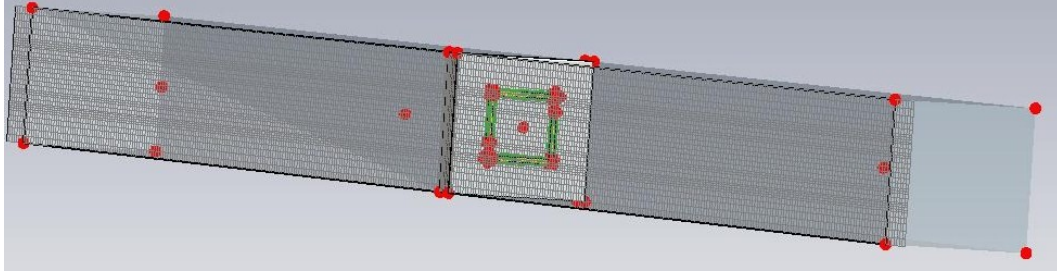


Fig. 3.9: Mallado realizado por el sistema sobre una estructura. Se ha usado el mallado de tipo "tetrahedric".

determinada dirección, aunque también podrían medir el campo magnético si se deseara. Se han situado sondas a ambos lados de la muestra $P_1 = (0, 0, 100)$ y $P_2 = (0, 0, -100)$. En cada punto se han situado tres sondas, cada una de ellas orientada en la dirección de cada uno de los ejes de coordenadas.

La Figura 3.10 muestra las dos sondas usadas para medir los campos electromagnéticos transmitidos y reflejados por el metamaterial que se ha diseñado, ambas sondas se encuentran situadas en el interior de los bloques de “vacío” situados delante y detrás del metamaterial.

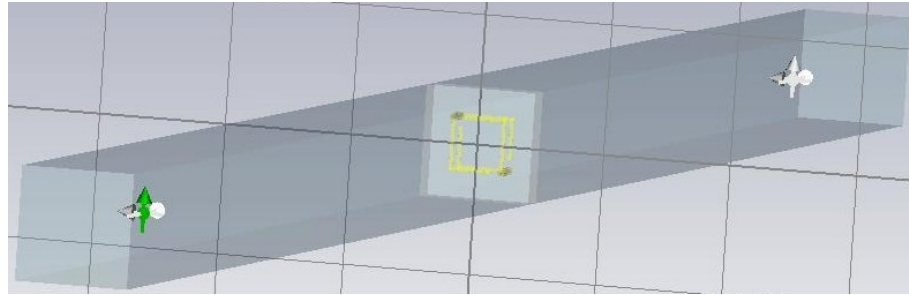


Fig. 3.10: Sondas empleadas para medir los campos electromagnéticos transmitidos y reflejados. Estas sondas están situadas en dos puntos diferentes, uno delante del metamaterial y otro detrás, ambos sobre el eje z que pasa por el centro de la estructura. En cada punto se ha situado tres sondas, cada una de ellas mide la componente del campo eléctrico en una dirección diferente.

8. **Monitores.** CST ofrece la posibilidad de observar como evolucionan los campos electromagnéticos con la fase tanto en un plano del sistema como en todo el volumen. Esto se consigue gracias a los monitores, situados en la posición del espacio donde se quiere medir conocer la evolución del campo, además se debe elegir el tipo de campo que se desea observar y la frecuencia. Los monitores también permiten observar la evolución de las corrientes que se originan en el metamaterial.

En la Figura 3.11 se observa a una estructura a la que se ha añadido un monitor, en el plano $z = -30$ cm para medir el campo eléctrico a la frecuencia 14.5 GHz, en la Figura 3.12 se representan las corrientes inducidas por los campo electromagnéticos sobre los elementos quirales.

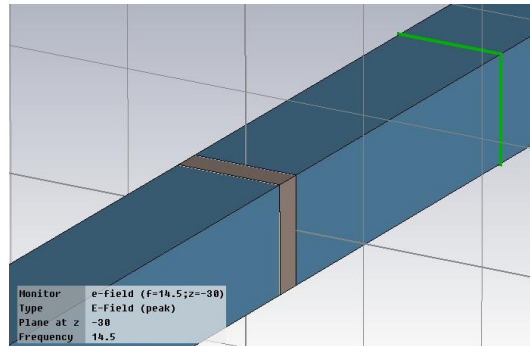


Fig. 3.11: Monitor del campo eléctrico en la posición $z = -30$ cm y a la frecuencia 14.5 GHz

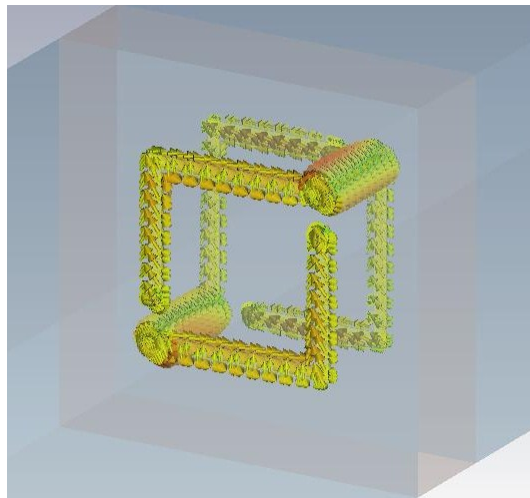


Fig. 3.12: Corrientes generados por los campos electromagnéticos sobre los elementos quirales.

9. **Simular.** El programa CST ofrece varios motores de cálculo que permiten ejecutar el sistema, cada uno de ellos está enfocado a obtener un tipo de parámetros, por ejemplo el módulo de cálculo *Frequency Domain* (realiza un análisis en el dominio de

la frecuencia) se centra en la obtención de los parámetros de scattering del sistema [8]. Este módulo de cálculo se basa en resolver las ecuaciones de Maxwell proporcionadas por el método FIT, suponiendo que el sistema tiene una dependencia armónica con el tiempo [9]. El método *Frequency domain* es muy adecuado para analizar sistema de pequeño tamaño o cuando únicamente se está interesado en conocer la respuesta del sistema en unas pocas frecuencias [9].

Como ya se ha dicho el motor de cálculo que se va a emplear en realizar la simulación se conoce como *Transient Solver* debido a que es más adecuado para el sistema que se pretende analizar que el método *frequency domain*, ya que se está interesado en conocer la respuesta del metamaterial en una amplia banda de frecuencias, la banda X. Además este algoritmo fue el que CST nos recomendó para este problema y también se ha necesitado emplear un menor tiempo en la simulación. Antes de ejecutarlo es necesario establecer la cota por debajo de la cual, la señal producida por la estructura es considerada ruido numérico. Figura 3.13.



Fig. 3.13: Simulación. Se usa el módulo de cálculo *Transient Solver*, se sitúa en -50dB la cota para diferenciar la señal del ruido.

Capítulo 4

Resultados

4.1. Introducción

En este trabajo se han desarrollado dos nuevos metamateriales, basados en los modelos 2CR y 4CR [12, 14, 13]. El elemento quiral usado en estos medios está formado por dos pistas situadas cada una en una cara del sustrato y rotadas entre sí 90° , estos dos segmentos a se vez están unidos por una vía. En el modelo 2CR la celda unidad está formada por 8 manivelas agrupadas en parejas en las que cada manivela está rotada respecto de la adyacente 180° [13]. A su vez cada una de estas parejas se encuentra rotada 90° respecto de las otras parejas. En la Figura 4.1 se muestra un esquema de la celda unidad descrita. La celda unidad del modelo 4CR lo forman 4 manivelas, cada una de ellas rotada 90° respecto de las adyacentes [12, 14, 13]. En la Figura 4.2 hay representado un esquema del la celda unidad para el modelo 4CR.

La ventaja de usar el medio 4CR frente al medio 2CR es que se puede lograr una mayor densidad de manivelas sin que la estructura deje de ser recíproca ni bi-isótropa. La respuestas observadas en ambos modelos son similares con la diferencia de que se dan a frecuencias diferentes [12, 14, 13]. Así pues se ha observado más de una frecuencia de resonancia y que dependen de la longitud del elemento quiral y de la separación entre las distintas celdas unidad, la frecuencia a la que ocurre la resonancia disminuye al aumentar el valor de los dos parámetros anteriores. También se ha observado que los parámetros que caracterizan al sistema presentan valores extremos en las resonancias y que la elipticidad en esos puntos es mínima, por lo que el dicroísmo circular es máximo. Para algunas de las muestras de los modelos 2CR y 4CR el índice de refracción alcanza un valor negativo en un pequeño ancho de banda.

La novedad que presentan los metamateriales que se estudian en este trabajo se encuentra en su elemento quiral, llamado *manivela de 5 segmentos* que se trata de una modificación del elemento quiral usando en los medios 2CR y 4CR y que será descrita en la siguiente

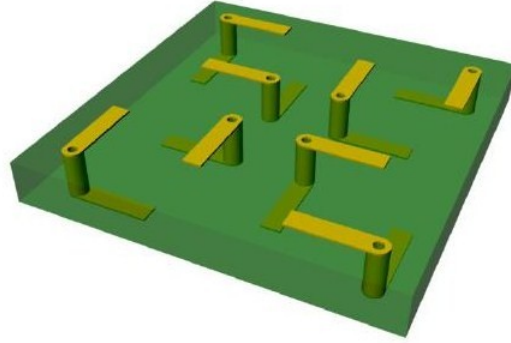


Fig. 4.1: Celda unidad del modelo 2-crank resonator. Está compuesta por ocho estructuras conocidas como manivelas, agrupadas en parejas en las que una manivela está rotada 180° con respecto a la otra. La celda unidad está formada por cuatro parejas de manivelas rotadas cada una de ellas 90° respecto de las adyacentes.

sección. El elemento resonante de estos nuevos modelos está formado por dos *manivelas de 5 segmentos* rotadas 180° . La diferencia entre los dos metamateriales se encuentra en la forma en la que se distribuye el elemento resonante a lo largo de todo el sustrato.

Para comprobar si la rotación que se observa en el campo eléctrico a la salida del metamaterial es debido a la quiralidad de la nueva manivela se ha diseñado una segunda manivela, basada en la *manivela de 5 segmentos* pero no quiral, y se ha estudiado cual es su respuesta.

El último medio estudiado consiste en una estructura bi-dimensional obtenida a partir de la nueva manivela a la que se le han quitado las vías. Esta nueva estructura está basada en unos modelos de metamaterial propuestos recientemente por varios autores en los que su elemento resonante está formado por varias estructuras bi dimensionales, todas iguales y situadas una a continuación de otra y rotadas entre sí un cierto ángulo. Con esta nueva estructura se pretende estudiar el fenómeno de la quiralidad en 2 dimensiones.

Para finalizar este capítulo se presentan los valores del ángulo de rotación, quiralidad y elipticidad que se obtienen con los nuevos metamateriales.

4.2. Elemento resonante: 2 manivelas de 5 segmentos.

La nueva estructura quiral, la *manivela de 5 segmentos*, está formada por cuatro pistas, dos de ellas se encuentran sobre una cara del sustrato formando entre sí un ángulo de 90° y las otras dos pistas se encuentran sobre la cara opuesta formando también un ángulo de 90° , ambas parejas se encuentran rotadas 180° , es decir, olvidando que cada pareja de segmentos se encuentra en caras opuestas del sustrato cada uno de las pistas se encontrarían colocadas en los lados de un cuadrado. Las dos parejas están unidas por una vía metálica

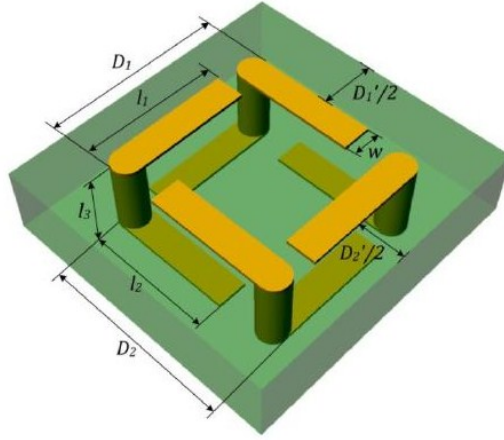


Fig. 4.2: Ceda unidad del modelo 4-crank resonator. Está compuesta por cuatro manivelas, cada una de ellas rotada un ángulo de 90° respecto de las adyacentes.

que atraviesa el sustrato.

Las pistas no poseen todas la misma longitud, los dos segmentos unidos a la vía sí son de igual tamaño y además son más largos que los otros dos, de igual longitud entre ellos, de esta forma olvidándose de nuevo del sustrato las cuatro vías no formarían un cuadrado cerrado ya que dos segmentos, aquellos que no están en contacto con la vía, no llegarían a juntarse. Para el espesor de las pistas se ha usado como valor el que proporcionan los fabricantes de placas PCB, $35\mu m$, en cuanto al ancho de la pista se ha fijado en $0,5mm$, estos valores son los mismos para todos los modelos. Las vías se ha simulado como un cilindro hueco de radio interior $0,18mm$, de radio exterior $0,4mm$ y de longitud igual a la suma del grosor del sustrato, $2,4mm$, más dos veces el grosor de la pista. El diseño se ha buscado que sea lo más parecido posible las estructuras que se fabrican. En la Figura 4.3 se muestra un esquema de la manivela de 5 segmentos.

Para llegar a entender mejor los efectos de la quiralidad han sido diseñados varios modelos de metamateriales, todos ellos formados por el mismo elemento resonante, pero con diferentes tamaños de pistas y también de separación entre los distintos elementos quirales. Hay muchos otros parámetros que podrían ser modificados, pero uno de los objetivos de este trabajo es estudiar cual es la relación entre la respuesta que presentan estos medios y la longitud de la manivela y también con la separación entre las estructuras resonantes.

Con la idea de fabricar los metamateriales diseñados y así medir experimentalmente su respuesta, todas las modificaciones que se han hecho han buscado siempre que los efectos de la quiralidad se encontraran siempre dentro de la banda X, $[8,12]GHz$ o lo más próximos a ella posible ya que es la banda de frecuencias de la que se dispone una mayor variedad de elementos experimentales.

El elemento resonante que se va a usar en los dos metamateriales está formado por dos manivelas rotadas entre sí 180° entorno a un eje que pasa por el centro del la estructura,

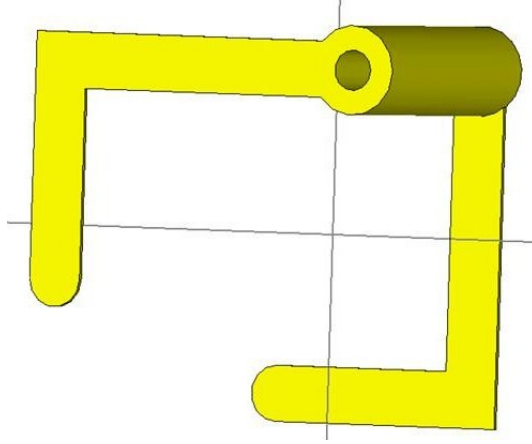


Fig. 4.3: Manivela de 5 segmentos. Vista de perfil

de esta forma sobre una cara del sustrato se encontraría grupos de cuatro segmentos, unidos por parejas y agrupados formando un cuadrado abierto, pues no todos los segmentos poseen la misma longitud. En un extremo de cada pareja hay una vía que une ese par de segmentos con otra pareja en la cara opuesta del sustrato, donde el número de segmentos y su disposición serían los mismos. En la Figura 4.4 hay un esquema del elemento resonante. Los parámetros indicados en él son R (radio exterior), S (grosor del sustrato) y W (anchura de la pista), estos tres parámetros no se modifican en ninguno de los modelos. El parámetro D mide la separación entre los distintos elementos resonantes y L_1 y L_2 la longitud de las dos vías del elemento resonante.

Un aspecto importante del elemento y que como se verá más adelante afecta a su respuesta es la simetría que presenta [26, 1]. La estructura diseñada tiene tres ejes de simetría binarios, como se muestra en la Figura 4.5, uno de ellos es perpendicular al plano del sustrato sobre el que se sitúan las pitas y pasa por el centro de la estructura, Figura 4.5 superior. Los otros dos ejes son paralelos al sustrato y oblicuos a las manivelas, uno de ellos está orientado en la dirección que atraviesa a las dos vías en una celda unidad y el otro eje es perpendicular a este segundo eje binario, Figura 4.5 inferior. En la Figura 4.5 se muestra un esquema con la disposición de los ejes de simetría.

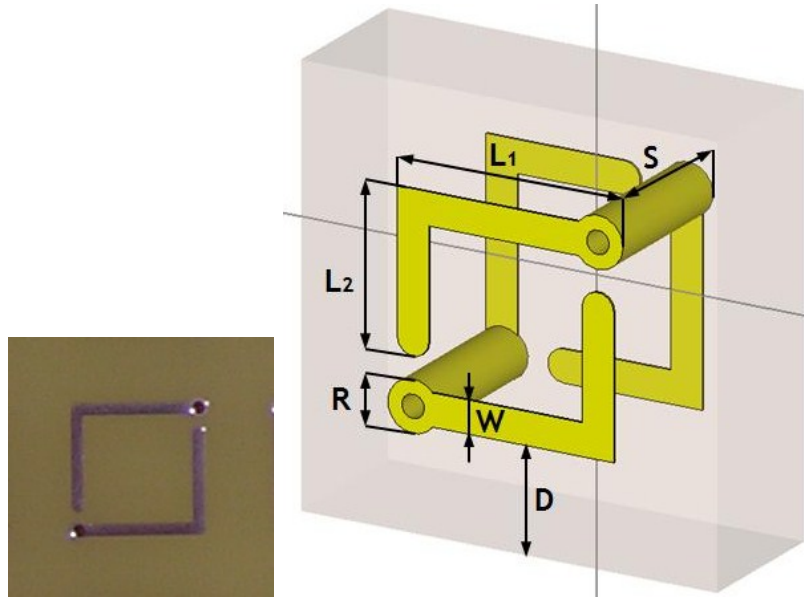


Fig. 4.4: Elemento Resonante (izquierda). Esquema del elemento resonante usado en los dos nuevos metamateriales (derecha).

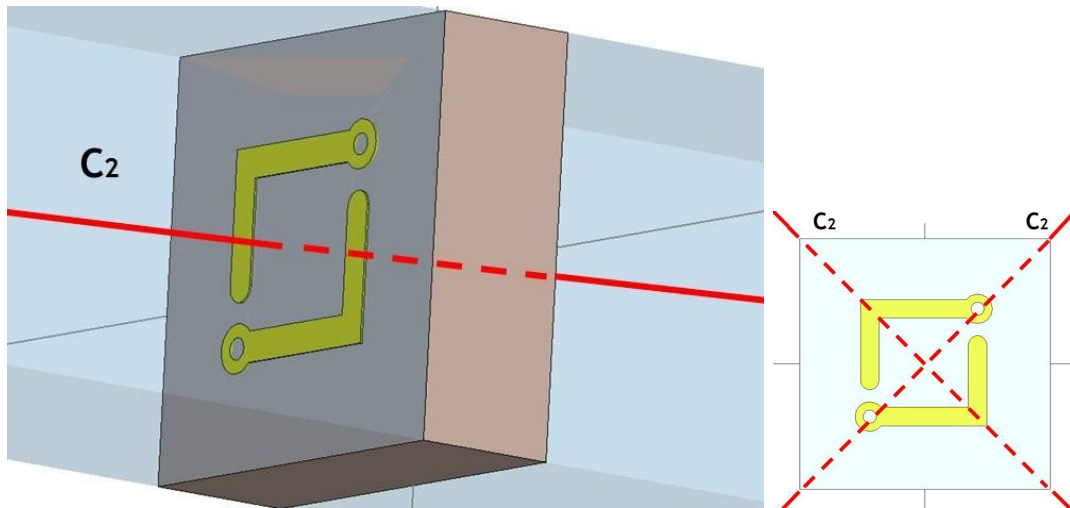


Fig. 4.5: Ejes de simetría del elemento resonante. Los ejes binarios no se encuentran sobre la superficie de la estructura sino que se encuentran en el interior de la estructura.

4.3. Modelo 1: medio quiral bi-anisótropo

En el primer modelo de metamaterial el elemento resonante es distribuido de forma periódica a lo largo de todo el sustrato y por tanto el constituye la celda unidad de este metamaterial. Este medio es anisótropo debido a la forma que presenta la celda unidad y las simetrías que posee este medio son las mismas que tiene el elemento resonante.

Además del diseño de la celda unidad para simular el comportamiento de este modelo se han añadido dos “bloques de aire” situados delante y detrás del sustrato. Se han usado condiciones de contorno periódicas en el plano donde se distribuyen los elementos resonantes y condiciones de contorno de tipo *open (add space)* a lo largo de la dirección de incidencia de la onda plana. El mallado usado es de tipo *tetrahedric* y la densidad de puntos que se ha tomado es la que viene establecida por defecto. Se han añadido dos sondas para medir el campo transmitido y el campo reflejado por el metamaterial, estas han sido situadas a lo largo de un eje que pasa por el centro de la estructura y se encuentra orientado en la dirección de propagación de la onda incidente, las dos sondas se encuentran a 100 mm del sustrato, una delante de la estructura y otra tras ella. El motor de cálculo usado ha sido el *Transient Solver*, con un nivel de precisión de -50 dB. El módulo del campo incidente es uno y está orientado en la dirección del eje “x” positivo, la dirección de propagación de la onda plana incidente es en la dirección “z” positiva.

Las estructura que se ha simulado posee un sustrato de grosor 2.4 mm, las vías que lo atraviesan poseen una longitud de 2.47 mm. El grosor de la pista es de 0.035 mm y su anchura es de 0.5 mm. La separación entre dos celdas unidad contiguas es de 8 mm en esta estructura de 8 mm. En la Figura 4.6 están representados cada una de las componentes de los campos eléctricos medidos por las sondas. La línea del color rojo corresponde al campo medido por la sonda situada delante del metamaterial orientada en la dirección “x”, que además de detectar la componente “x” del campo reflejado es sensible al campo incidente, lo que explica que su valor sobrepase la unidad. La línea del color verde representa la componente “x” del campo transmitido. Las dos líneas inferiores representan la componente “y” del campo transmitido, línea morada, y del campo reflejado, línea azul. La componente “z” medida por la dos sondas es cero en todo el intervalo de frecuencias.

Los campos transmitidos muestran dos frecuencias, 8 GHz y 15.1 GHz, a las que el campo E_x se encuentra en un mínimo relativo, mientras que el campo E_y alcanza un valor máximo. En esos dos puntos el sistema se encuentra en resonancia. El valor no nulo de la componente “y” indica que el campo a la salida ha rotado respecto a su dirección de incidencia. Este tipo de respuesta es la esperada por un material donde hay presentes estructuras con simetría quiral, es decir, hay una absorción del campo transmitido en todo el ancho de banda, y además para unas frecuencias concretas aparecen unas resonancias.

En la Figura 4.7 viene representado el ángulo rotado por el campo eléctrico a la salida del metamaterial y su elipticidad. Los valores máximos presentados por estos dos parámetros se alcanzan en las frecuencias de resonancia como se puede apreciar en la gráfica, a 8.1 GHz el ángulo de rotación alcanza un ángulo de -90° , el signo negativo se debe a que

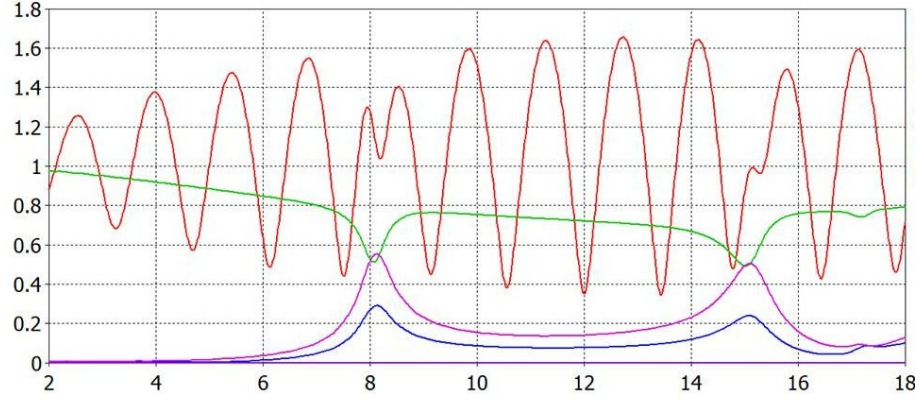


Fig. 4.6: Componentes de los campos eléctricos medidos por las sondas. Donde la componente “x” del campo reflejado y el campo incidente (rojo), la componente “x” del campo transmitido (verde), la componente “y” del campo transmitido (morada) y la componente “y” del campo reflejado (azul). Las componentes z de los dos campos medidos son cero en toda la banda de frecuencias y por ello no se observan en la gráfica.

para frecuencias menores a la resonancia el ángulo rotado es en sentido contrario al de las agujas del reloj. El valor alcanzado por la elipticidad en la primera resonancia es -22.5° . En este punto el campo eléctrico, que incide sobre el metamaterial linealmente polarizado y orientado en la dirección del eje “x”, a la salida del medio presenta una polarización elíptica y con su eje mayor orientado a lo largo del eje “y”. El sistema presenta birrefringencia y además dicroísmo circular, dos efectos asociados a los medios quirales. En la segunda resonancia el ángulo rotado es positivo y menor en magnitud, llega hasta 46° para a continuación decrecer hasta alcanzar -21° , la elipticidad en la segunda resonancia es 22.5° . Este menor ángulo de rotación se debe a que en la segunda resonancia el valor que toma el campo E_x es superior al alcanzado en la primera resonancia y además a que al campo E_y le ocurre lo contrario, es mayor en la primera resonancia que en la segunda.

En la banda de frecuencias comprendida entre las dos resonancias el ángulo de rotación disminuye su valor aunque nunca llega a ser cero, la elipticidad en cambio sí disminuye su valor hasta llegar a anularse. Así pues en ese rango de frecuencias, a la salida del metamaterial, el campo se encuentra linealmente polarizado y rotado un ángulo igual o superior a 10° .

A partir de la gráfica del ángulo de rotación y de la elipticidad, Figura 4.7, se puede describir como es el comportamiento del campo transmitido en función de la frecuencia. Para frecuencias muy inferiores a la primera resonancia el campo transmitido se encuentra linealmente polarizado y orientado en la misma dirección del ángulo incidente. A medida que el valor de la frecuencia se aproxima más a la primera resonancia el campo eléctrico a la salida del metamaterial comienza a cambiar su polarización de lineal a elíptica, además el eje mayor de esta elipse se aleja de la dirección del campo incidente, para la primera

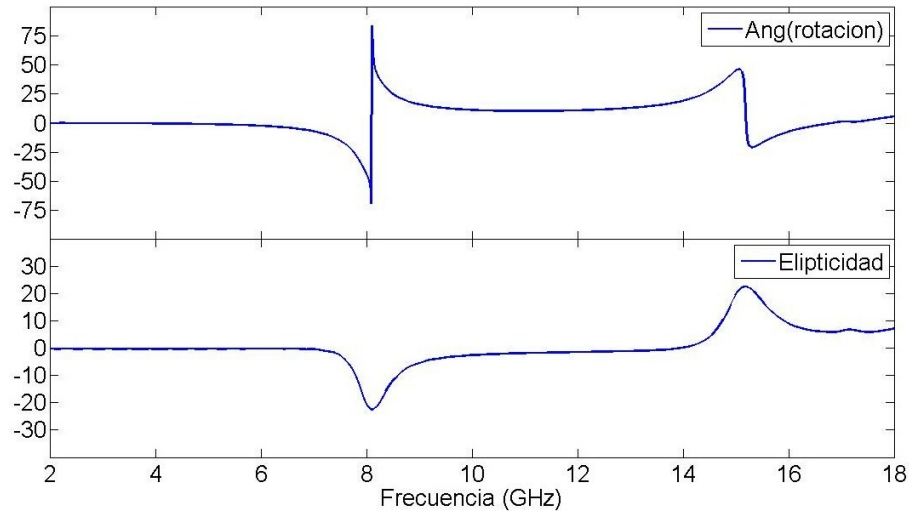


Fig. 4.7: En la gráfica superior se muestra el ángulo rotado por el campo eléctrico a la salida del metamaterial, en grados. Este ángulo se mide desde la dirección del campo incidente y en el sentido de rotación de las agujas del reloj. En la gráfica inferior está representada la elipticidad del campo transmitido, también expresada en grados

resonancia se va acercando a la dirección del eje “y”. En la resonancia la elipticidad es mínima, la polarización de la onda transmitida es casi circular y su eje mayor es ortogonal a la dirección de incidencia. A medida que se aumenta la frecuencia, la elipticidad vuelve a aumentar aunque su eje mayor sigue rotando en el mismo sentido, esto se traduce en la gráfica en que el ángulo pasa de ser negativo a ser positivo ya que esta representación está hecha entre 90° y -90° . Al seguir aumentando la frecuencia la onda transmitida llega a ser de nuevo casi lineal mientras que su eje mayor sigue rotando en el mismo sentido hasta llegar a un valor límite, 169.5° , a partir del cual este ángulo comienza a disminuir. Al llegar a la segunda resonancia el ángulo rotado llega hasta 46° y a continuación decrece, pasa por 0° y llega hasta -21° a partir de donde regresa de nuevo a 0° , en la resonancia la elipticidad es máxima y la onda es prácticamente circular. Para el resto de resonancias el comportamiento del campo es el mismo que en la última resonancia.

En la Figura 4.8 se muestra la quiralidad del medio bi-anisótropo. La parte real (azul) presenta dos resonancias en las mismas frecuencias que el campo transmitido, en la primera de ellas es donde alcanza su mayor valor, aproximadamente 3. La parte imaginaria también presenta dos resonancias en las frecuencias anteriores y su valor también es máximo para la primera de ellas, alcanzando un valor superior a 4.

El software CST permite ampliar fácilmente la banda de frecuencias de estudio, gracias a esto se puede observar que la celda unidad formada por dos manivelas presenta otras resonancias a frecuencias superiores a los 18 GHz. Este mismo comportamiento, la aparición de más resonancias al aumentar la banda de estudio, también se observa en las estructuras

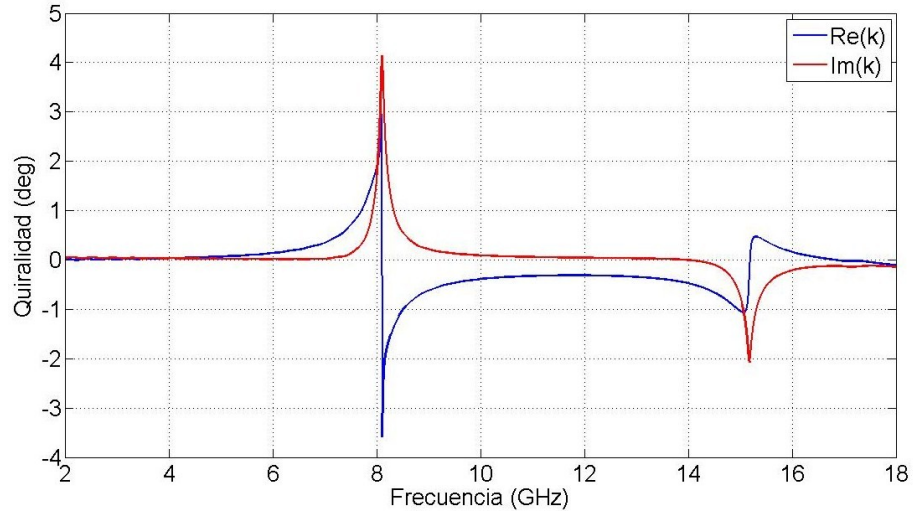


Fig. 4.8: Parte real (azul) e imaginaria (roja) de la quiralidad asociada al medio bi-anisótropo.

2CR y 4CR. En la Figura 4.9 se muestra el campo transmitido en el rango de frecuencias de 2 a 25 GHz. En la Figura 4.10 se ha representado el ángulo de rotación y la elipticidad obtenidos a partir de esta nueva medida.

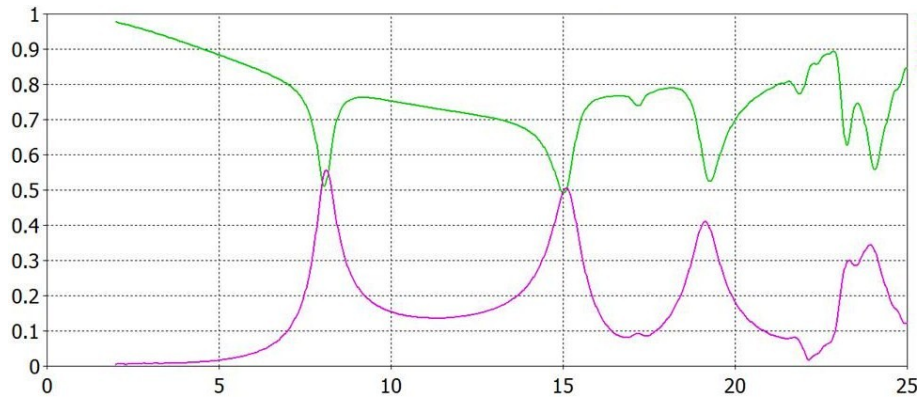


Fig. 4.9: Componentes del campo eléctrico transmitido. El rango de frecuencias ha sido ampliado hasta los 25 GHz. El sistema presenta varias frecuencias más a parte de las ya observadas en las que se produce una resonancia al igual que los medios 2CR y 4CR.

En tabla 4.1 vienen recogidas las frecuencias de resonancia observadas junto con el módulo de las componentes E_x y E_y en cada una de ellas. Únicamente en la primera reso-

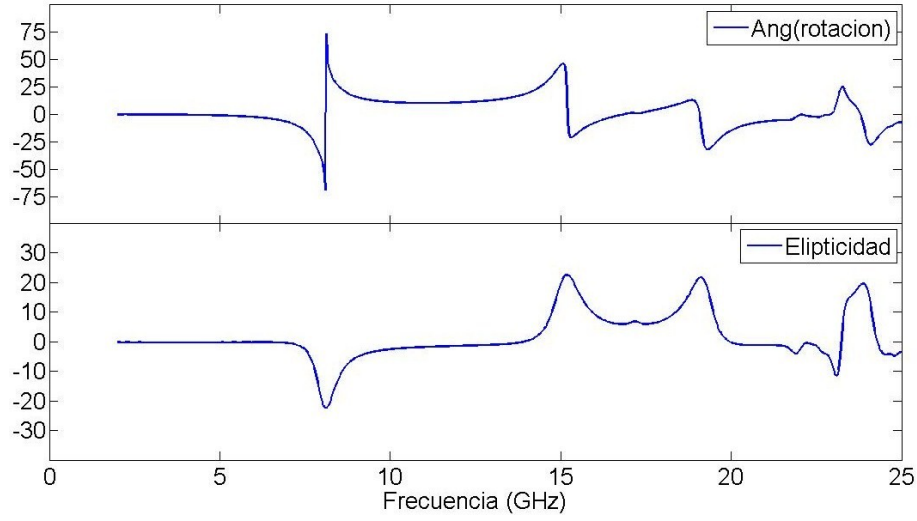


Fig. 4.10: Ángulo de rotación(gráfica superior) y elipticidad(gráfica inferior) del campo eléctrico transmitido medido hasta 25 GHz

Frecuencia (GHz)	$ E_x $	$ E_y $
8	0,51	0,55
15	0,49	0,50
17	0,74	0,09
19	0,52	0,40
22	0,77	0,08
24	0,56	0,34

Tabla 4.1: Valor del campo \vec{E} en las frecuencias de resonancia

nancia el ángulo de rotación alcanza 90° , en el resto el ángulo alcanzado es siempre menor de 50° . Otro hecho que se observa en la Figura 4.10 es que tras la primera resonancia, que podría ser denominada negativa, ya que el ángulo de rotación presenta un valor negativo, para el resto el ángulo de rotación es positivo, es decir, para el resto de resonancias el ángulo de rotación es positivo para todas aquellas frecuencias cercanas a ellas e inferiores.

Se puede estudiar la transmisión de este modelo en términos de los dos modos normales de propagación, onda circular a derechas y onda circular a izquierdas. En la Figura 4.11 se ha representado el campo transmitido, módulo (superior) y la fase (inferior), descompuesto en términos del campo RCP (azul) y del campo LCP (rojo). En esa figura se puede observar que tanto el módulo como la fase de ambas ondas muestran una mayor diferencia en las frecuencias de resonancias, en el resto de la banda las dos curvas son coincidentes o muy próximas.

Para el caso de la celda unidad de 2 manivelas la Figura 4.11 muestra que en cada una de las resonancias uno de los dos modos normales de propagación es absorbido por

el medio, en cambio el otro prácticamente no sufre absorción. El hecho de que el campo absorbido no llegue a anularse completamente en la resonancia hace el campo transmitido presente una polarización elíptica y no circular.

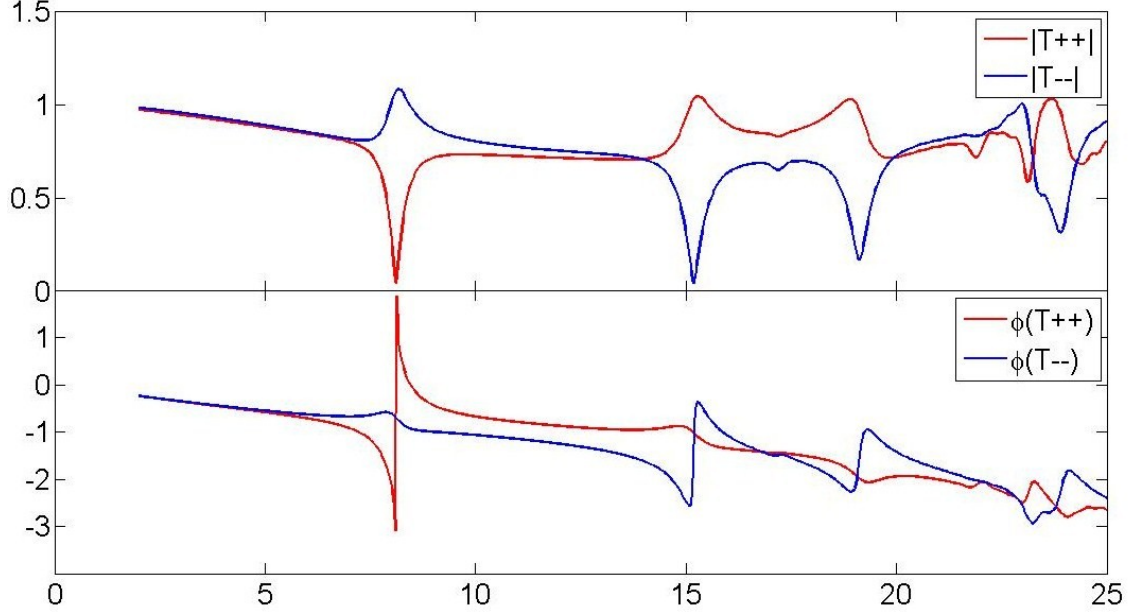


Fig. 4.11: En la figura superior se muestra el módulo de la onda circularmente polarizado a derechas (T_{++}) y de la onda circularmente polarizada a izquierdas (T_{--}). En la figura inferior se muestra la fase de T_{++} y T_{--} .

4.3.1. Istropía del medio

El campo reflejado por el metamaterial también presenta una componente no nula en la dirección “y” lo que significa que este campo también ha sido rotado. Esta componente alcanza un valor máximo en las resonancias y que disminuye a medida que el valor de la resonancia aumenta. Este es un efecto no deseado.

El campo transmitido no es isótropo en el plano de incidencia, dependiendo de su orientación con respecto a las manivelas su respuesta cambia. En la Figura 4.12 se muestra la componente co-polar del campo transmitido, es decir, la componente del campo medida en la dirección de la onda incidente, para dos orientaciones diferentes del campo incidente $\alpha = 45^\circ$ y $\alpha = -45^\circ$.

Este tipo de respuesta no es propia de los medios quirales, donde se espera que esta sea isótropa en el plano de incidencia y que el campo reflejado esté orientado en la misma dirección que el campo incidente.

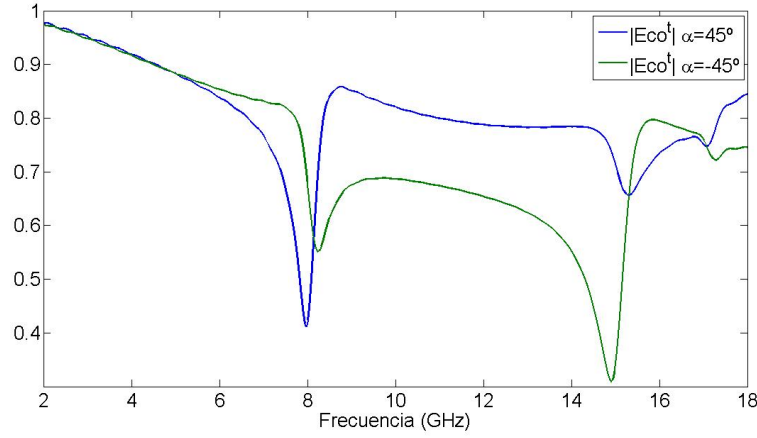


Fig. 4.12: Componente co-polar del campo eléctrico transmitido. Sobre la muestra se ha incidido con dos ondas planas linealmente polarizadas en las que el campo eléctrico orientado en dos direcciones diferentes, $\alpha = 45^\circ$ y $\alpha = -45^\circ$.

4.4. Modelo 2: medio quiral bi-isótropo

4.4.1. Descripción del modelo

Un segundo modelo de metamaterial ha sido construido a partir del primero con el objetivo de que su respuesta sea homogénea, isótropa y además que el campo reflejado no sufra rotación. Para lograr esto la idea ha sido aumentar la simetría que la celda unidad de 2 manivelas posee en el plano xy hasta llegar a tener un eje de simetría C_4 , es decir que el sistema quede invariante tras una rotación de 90° . La celda unidad de este segundo modelo está formada por cuatro elementos resonantes, rotados cada uno de ellos 90° respecto de los elementos resonantes. En la Figura 4.13 se muestra un esquema de la celda unidad descrita.

Debido a las simetrías que posee el elemento resonante, este nuevo medio posee cuatro ejes de simetría binarios, contenidos en el plano xy , dos de ellos oblicuos a la estructura, otro en la dirección del eje “y” el último de los ejes binarios en la dirección del eje “x”. Posee además un eje de simetría cuaternario, perpendicular al plano sobre el que se sitúan las pistas y que pasa por el centro de la celda unidad. En la Figura 4.14 hay un esquema de los ejes de simetría que posee el nuevo metamaterial.

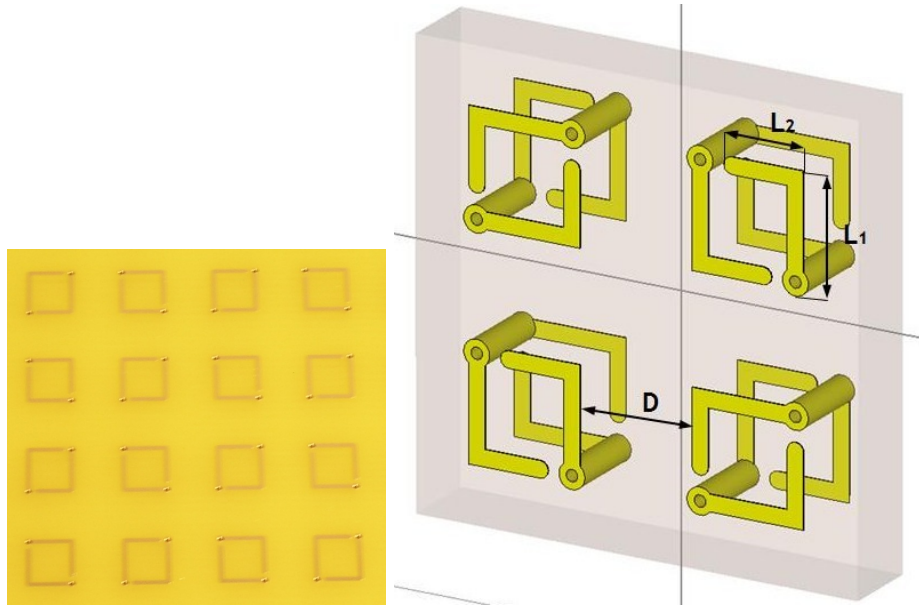


Fig. 4.13: Medio quiral bi-isótropo (izquierda). Esquema de la celda unidad de la red de manivelas de 5 segmentos con simetría C_4 (derecha).

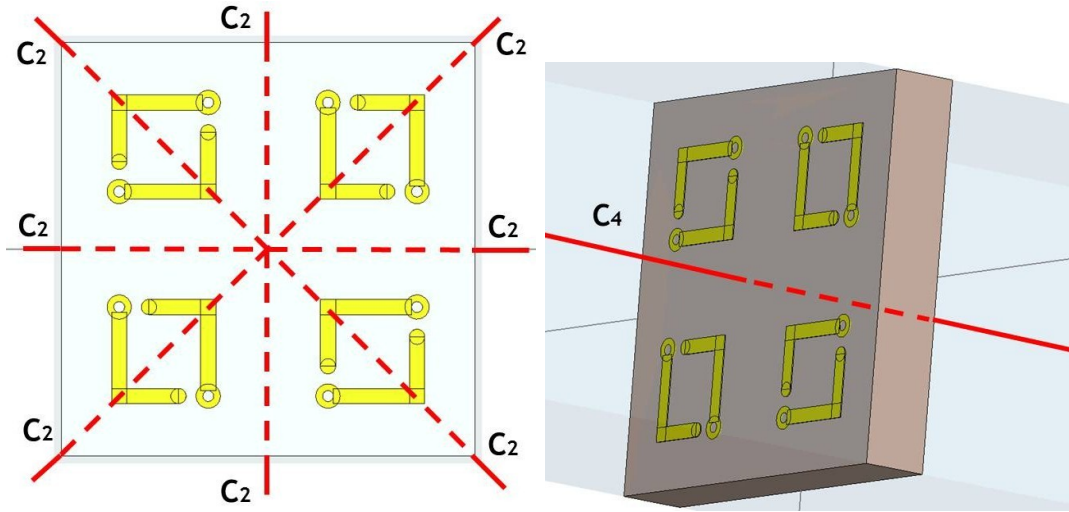


Fig. 4.14: Ejes de simetría de la red de manivelas de 5 segmentos con simetría C_4 . Nótese que la estructura es en 3D y que los ejes de simetría binarios no se encuentran sobre la superficie, sino que se encuentran a la mitad del espesor de la muestra.

Para simular el comportamiento de la celda unidad de 8 manivelas se ha hecho uso del diseño creado para la simulación anterior, transformando la celda unidad. Se han usado las mismas condiciones de contorno y el mismo mallado que en la simulación del modelo anterior. Tampoco ha variado el número de sondas usadas ni su posición, situadas en un eje perpendicular a la estructura que pasa por su centro y a una distancia de 100 mm. El motor de calculo es de nuevo el *Transient Solver* y se le exige también la misma precisión. Para la excitación del sistema, se vuelve a usar una onda plana de módulo uno propagándose en la dirección positiva del eje z y con el campo eléctrico orientado en la dirección del eje x positivo.

Las dimensiones tanto del sustrato, de las vías y el grosor y la anchura de las pistas se ha mantenido igual que en el modelo anterior. Con el resto de parámetros, la separación entre celdas unidad (D) y la longitud de las vías (L_1 , L_2), se ha estudiado la respuesta del sistema en función del valor que presentan.

En este segundo modelo de metamaterial la componente “ y ” del campo reflejado es nula en toda la banda de frecuencias, al igual que la componente “ z ”. Esto significa que el campo reflejado no ha sido rotado por el metamaterial. Además la respuesta no depende de la orientación del campo incidente, el sistema es isótropo como se puede observar en la Figura 4.15, donde se muestra el campo transmitido, su componente co-polar, para dos orientaciones diferentes del campo eléctrico incidente, ambas líneas son coincidentes en todo el rango de frecuencias lo que demuestra que la respuesta es idéntica.

Todos los problemas de falta homogeneidad e isotropía que presenta el modelo anterior, además de la rotación del campo reflejado, se resuelven aumentando la simetría de la estructura. El nuevo sistema tiene cuatro ejes binarios en el plano “ xy ” y además el eje binario ortogonal a la estructura en el nuevo modelo es cuaternario. Como han puesto de manifiesto todos los estudios que se han llevado a cabo en esta dirección, para que la estructura muestre únicamente los efectos de la quiralidad sería necesario que tuviera al menos un eje de simetría ternario, C_3 , (la estructura permanece igual tras una rotación de 120°), pero en el caso de la manivela de 5 segmentos, debido a su geometría, ha sido más sencillo dotar al sistema de un eje cuaternario.

Las dimensiones de las muestras que se han simulado vienen recogidas en la Tabla 4.2. Se pueden dividir en dos grupos por un lado se encuentran las que poseen igual tamaño de manivela mientras que cambia la separación entre parejas que forman la celda unidad y por tanto también cambia la separación entre celdas. El segundo grupo lo forman aquellas muestras en las que se ha variado la longitud de las manivelas, éstas también presentan una diferente separación entre celdas, se ha tratado que la separación entre parejas de manivelas sea siempre igual a la longitud de la pista mayor.

En las Figuras 4.16 y 4.17 viene representado el campo transmitido por todas las muestras en las se ha variado la longitud de las pistas. Al igual que en el modelo anterior esta estructura presenta más de una resonancia en la banda de frecuencias de estudio, el número de resonancias observadas aumenta con la longitud de la manivela. Las frecuencias a las que el sistema presenta estas resonancias disminuyen con el tamaño de las manivelas, en

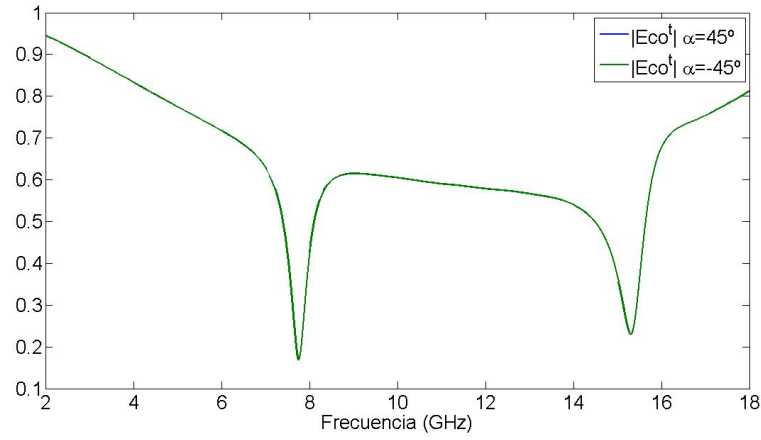


Fig. 4.15: Campo eléctrico transmitido para dos orientaciones diferentes del campo incidente. En la figura se muestra únicamente la componente co-polar. Ambas líneas son coincidentes en todo el espectro de frecuencias, esto demuestra que el material es isótropo en el plano de incidencia ya que la respuesta no depende de la orientación del campo incidente.

la Tabla 4.3 vienen recogidas las frecuencias a las que se dan la primera y la segunda resonancia para cada uno de las muestras representadas en las Figuras 4.16 y 4.17, además del valor del valor del campo transmitido en cada una de ellas.

Muestra	D(mm)	L_1 (mm)	L_2 (mm)
CE2	2.5	2.6	1.5
CE3	3.5	3.6	2.5
CE41	2.3	4.6	3.5
CE42	4.5	4.6	3.5
CE43	6.5	4.6	3.5
CE44	8.6	4.6	3.5
CE51	2.8	5.6	4.5
CE52	5.5	5.6	4.5
CE53	8.0	5.6	4.5
CE61	3.3	6.6	5.5
CE62	6.5	6.6	5.5
CE63	9.5	6.6	5.5

Tabla 4.2: Muestras que se han simulado y dimensiones de la separación los elementos resonante (D) y de las vías (L_1 , L_2) para cada muestra

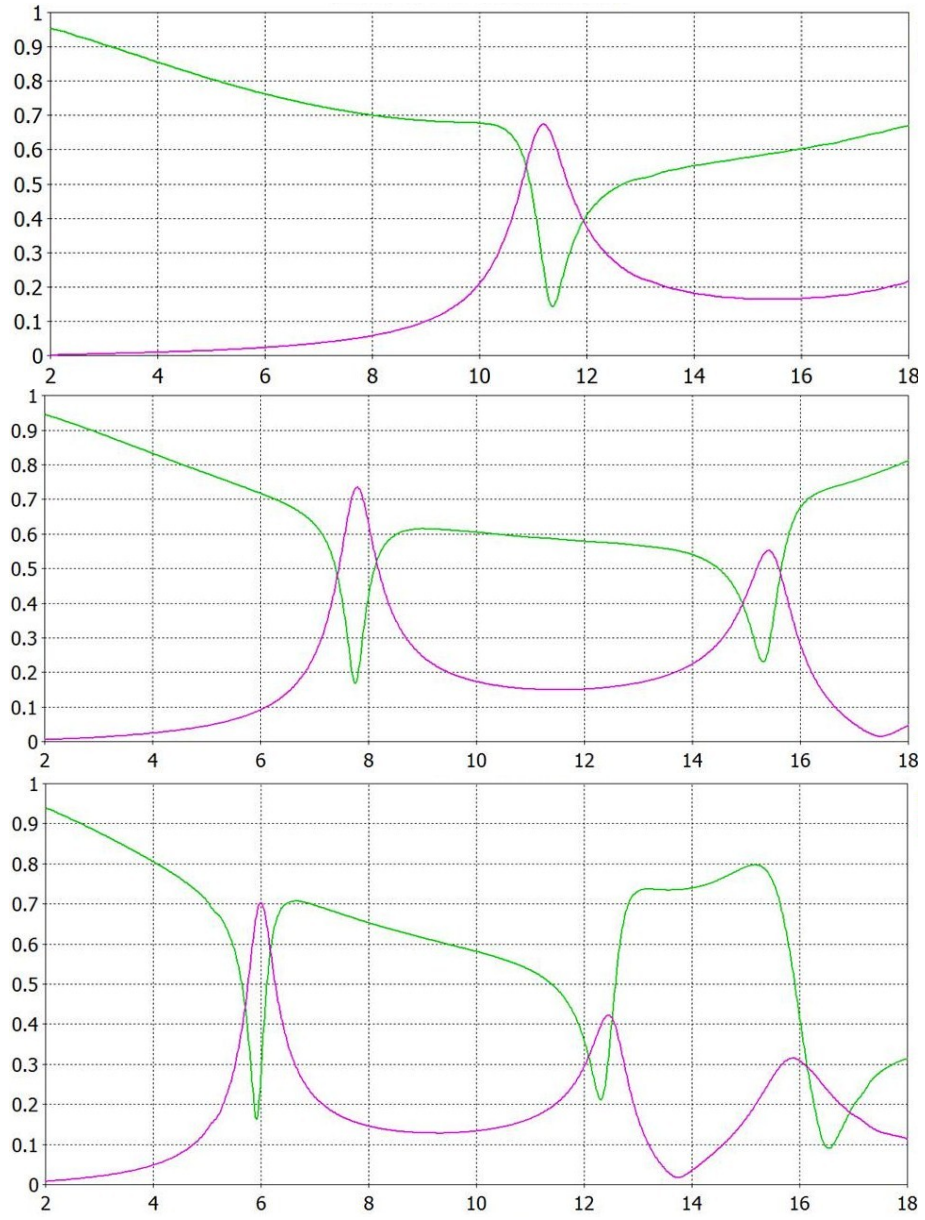


Fig. 4.16: Campo eléctrico transmitido por las muestras CE2, CE3 y CE42, donde E_x (verde) y E_y (morado)

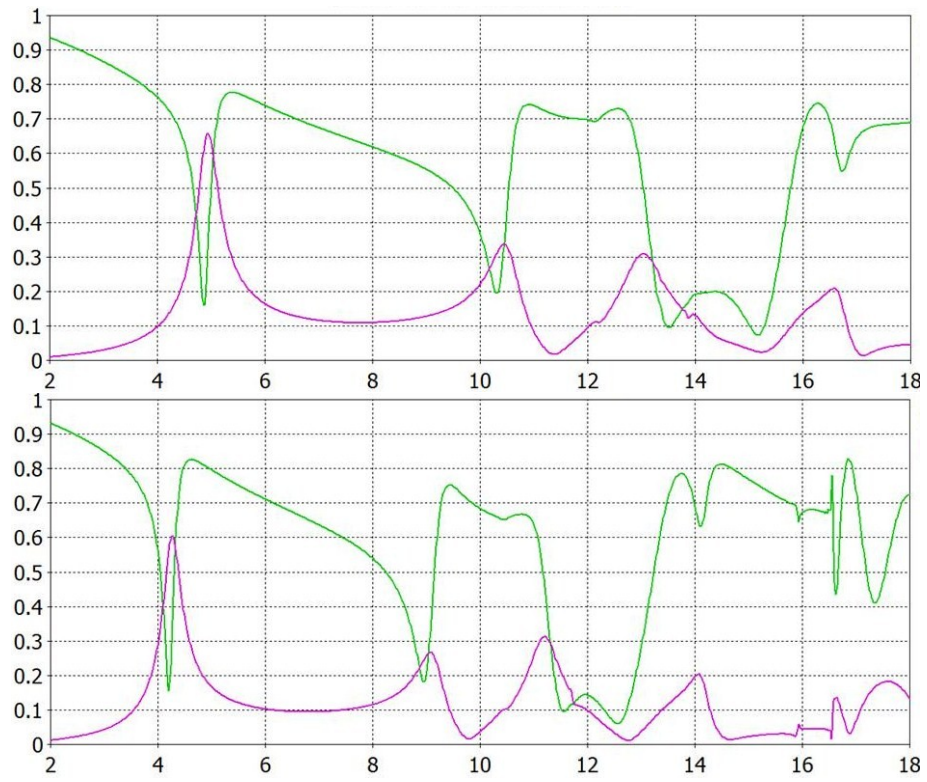


Fig. 4.17: Campo eléctrico transmitido por las muestras CE52 y CE62, donde E_x (verde) y E_y (morado)

Muestra	f_1 (GHz)	E_x	E_y	f_2 (GHz)	E_x	E_y
CE2	11.5	0.15	0.65			
CE3	7.5	0.15	0.75	15.5	0.25	0.55
CE4	6.0	0.15	0.70	12.5	0.25	0.40
CE5	5.0	0.15	0.65	10.5	0.20	0.35
CE6	4.0	0.15	0.60	9.0	0.20	0.25

Tabla 4.3: Frecuencias de resonancia y valor del campo \vec{E} en ellas para las muestras en las que se ha variado el tamaño de las pistas. La variable f_1 representa a la primera frecuencia de resonancia y f_2 a la segunda

A partir de los datos recogidos en la tabla 4.3 se deduce que la separación entre la primera y la segunda resonancia decrece con el aumento de la longitud de las pistas. Observando el valor que presentan el campo transmitido se puede afirmar que para cada muestra la primera de las resonancias es la más intensa de las dos, de hecho en las Figuras 4.16 y 4.17 se pudo observar que es la más intensa de todas las que presenta en la banda estudiada. Comparando los valores de las componentes del campo eléctrico se observa que E_x prácticamente no cambia su valor, mientras que la componente E_y disminuye con el aumento del tamaño de las manivelas y por tanto las resonancias son menos intensas.

Se pueden estudiar las resonancias que presentan los modelos anteriores en términos de los dos modos de propagación. En las Figuras 4.18 y 4.19 el campo transmitido se ha descompuesto en términos de ondas circulares a derechas (T_{++}) y ondas circulares a izquierdas (T_{--}). La primera resonancia que se observa en todos los modelos es negativa aunque el modo T_{++} no llega a anularse completamente, por tanto el campo a la salida del metamaterial se encuentra elípticamente polarizado y con una rotación a izquierdas. Las segunda y tercera resonancia, observadas en todos los modelos excepto el primero, son positivas y por tanto el campo a la salida tendrá una rotación a derechas.

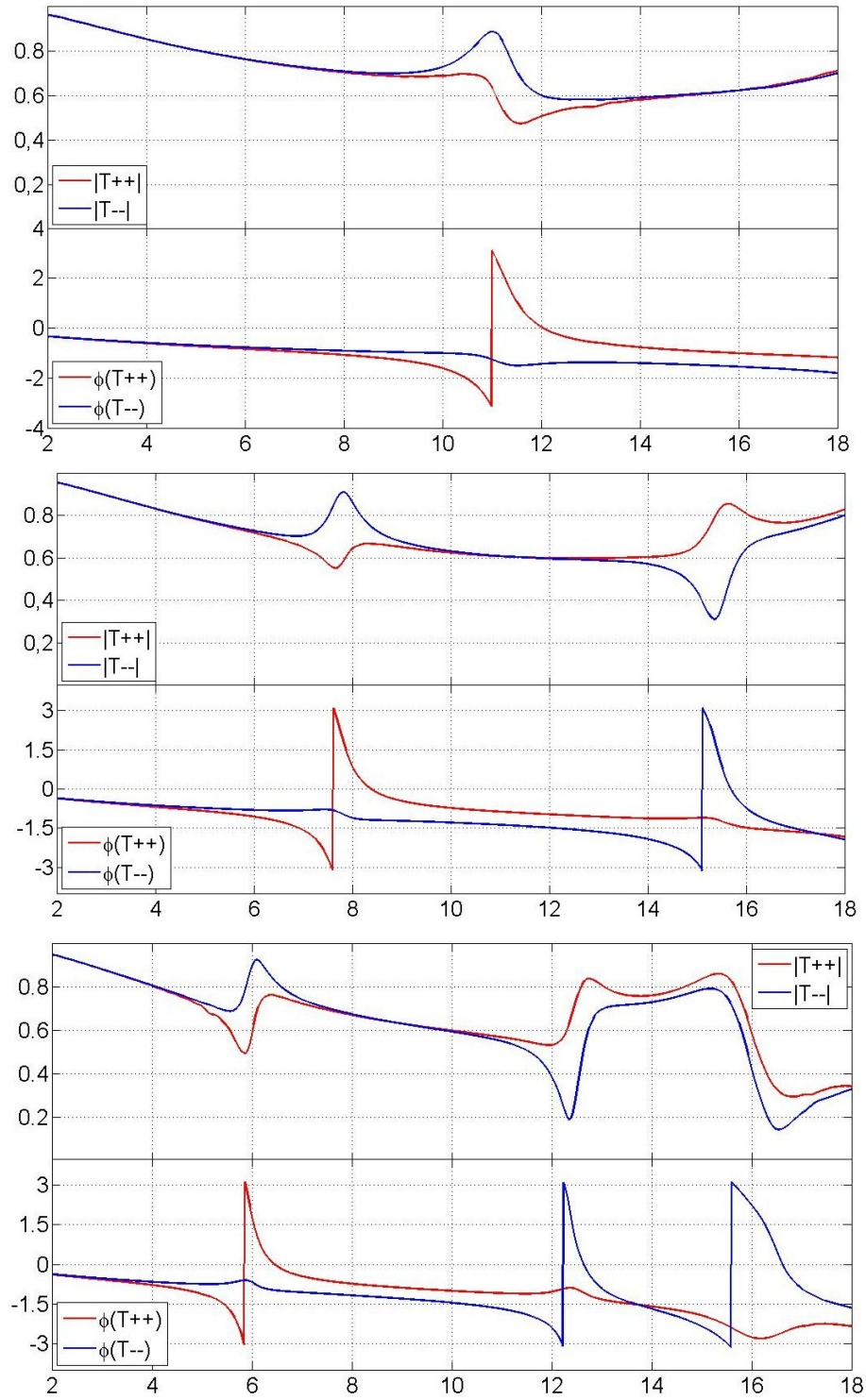


Fig. 4.18: Campo transmitido en términos de ondas circulares a derechas (T_{++}) y ondas circulares a izquierdas (T_{--}). La gráfica superior corresponde a la muestra CE2, la gráfica central corresponde a la gráfica CE3 y la gráfica inferior a CE42.

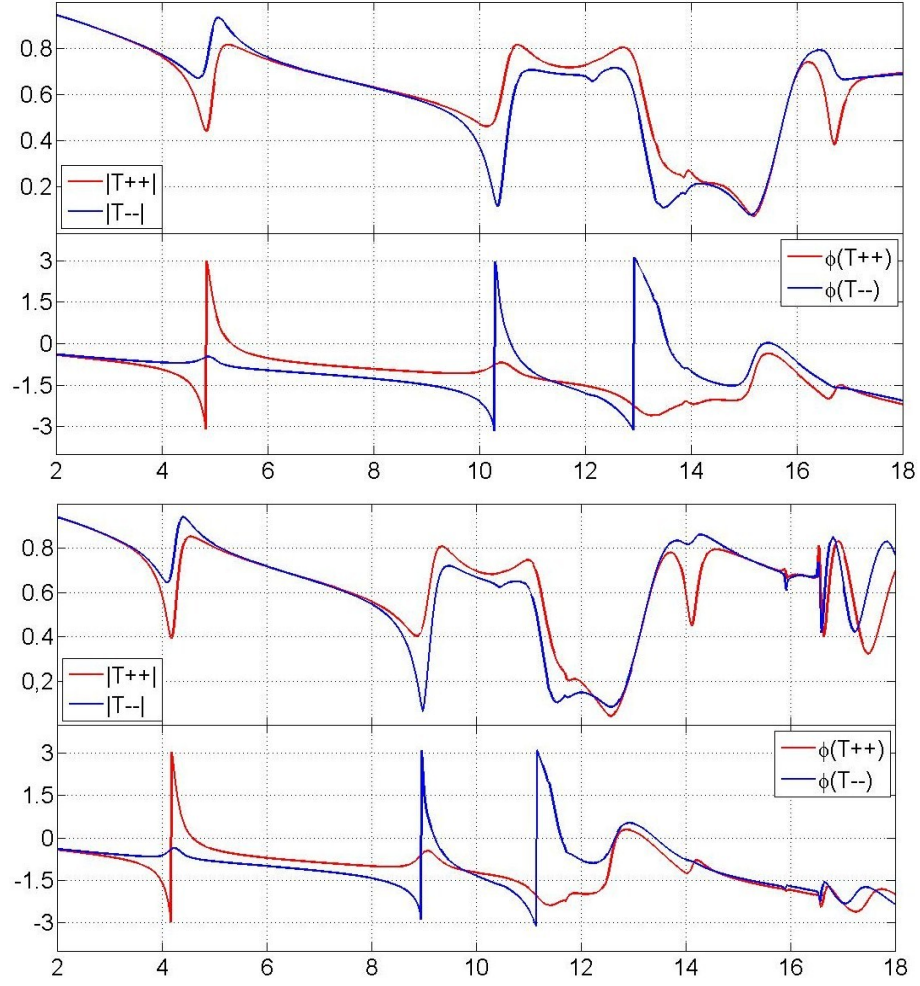


Fig. 4.19: Campo transmitido descompuesto en onda circular a derechas (T_{++}) y onda circular a izquierdas (T_{--}). La gráfica superior representa al campo transmitido por el modelo CE52 mientras que la gráfica inferior corresponde al modelo CE62.

El segundo punto que se va a tratar en este apartado es la variación de las resonancias con la separación entre parejas de manivelas (D). Se van a emplear las muestras aún no usadas de la Tabla 4.2, éstas poseen igual longitud de pistas y diferente D. El estudio volverá a centrarse en en las dos primeras resonancias mostradas por cada modelo ya que son las únicas presentes en cada modelo. Además se empleará tres tamaños diferentes de manivela. En las Tablas 4.4, 4.5 y 4.6 vienen recogidas la frecuencia a la que ocurren la primera, la segunda resonancia y el valor del campo eléctrico en cada uno de ellos.

Muestra	D(mm)	f_1 (GHz)	E_x	E_y	f_2 (GHz)	E_x	E_y
CE41	2.3	6.0	0.10	0.80	13.5	0.10	0.65
CE42	4.5	6.0	0.15	0.70	12.5	0.20	0.40
CE43	6.5	6.0	0.25	0.65	11.5	0.30	0.20
CE44	8.6	6.0	0.30	0.55	10.5	0.40	0.10

Tabla 4.4: Frecuencia de resonancia y campo eléctrico transmitido por el modelo $L_1 = 4,6 \text{ mm}$ y $L_2 = 3,5 \text{ mm}$, donde f_1 se corresponde con la primera frecuencia de resonancia y f_2 con la segunda.

De los datos recogidos en las tablas 4.4, 4.5 y 4.6 se observa como a medida que aumenta el valor del parámetro D las resonancias ocurren a una frecuencia menor, esto se observa sobre todo en la segunda resonancia que en el caso de las muestra CE4 se reduce en 3 GHz. El valor que presentan las componentes del campo eléctrico indica que un aumento en la separación entre las parejas de manivelas supone un aumento en el valor de los mínimos que presenta E_x y una disminución en el valor de los máximos de E_y , en otras palabras, un aumento del parámetro D se traduce en resonancias menos intensas. En la Figura 4.20 está representado en campo eléctrico a la salida del metamaterial para las muestras CE51 (imagen superior), CE52 (imagen central) y CE53 (imagen inferior), en ellas está representada la variación de las frecuencias de resonancia y la diferente intensidad de las resonancias.

Muestra	D(mm)	f_1 (GHz)	E_x	E_y	f_2 (GHz)	E_x	E_y
CE51	2.8	5.0	0.10	0.75	11.0	0.10	0.55
CE52	5.5	5.0	0.15	0.65	10.5	0.20	0.35
CE53	8.0	5.0	0.25	0.60	9.5	0.30	0.15

Tabla 4.5: Frecuencia de resonancia y campo eléctrico transmitido por el modelo $L_1 = 5,6 \text{ mm}$ y $L_2 = 4,5 \text{ mm}$

Muestra	D(mm)	f_1 (GHz)	E_x	E_y	f_2 (GHz)	E_x	E_y
CE61	3.3	4.0	0.10	0.70	9.5	0.10	0.50
CE62	6.5	4.0	0.15	0.60	9.0	0.20	0.25
CE63	9.5	4.0	0.25	0.55	8.5	0.25	0.10

Tabla 4.6: Frecuencia de resonancia y campo eléctrico transmitido por el modelo $L_1 = 6,6 \text{ mm}$ y $L_2 = 5,5 \text{ mm}$

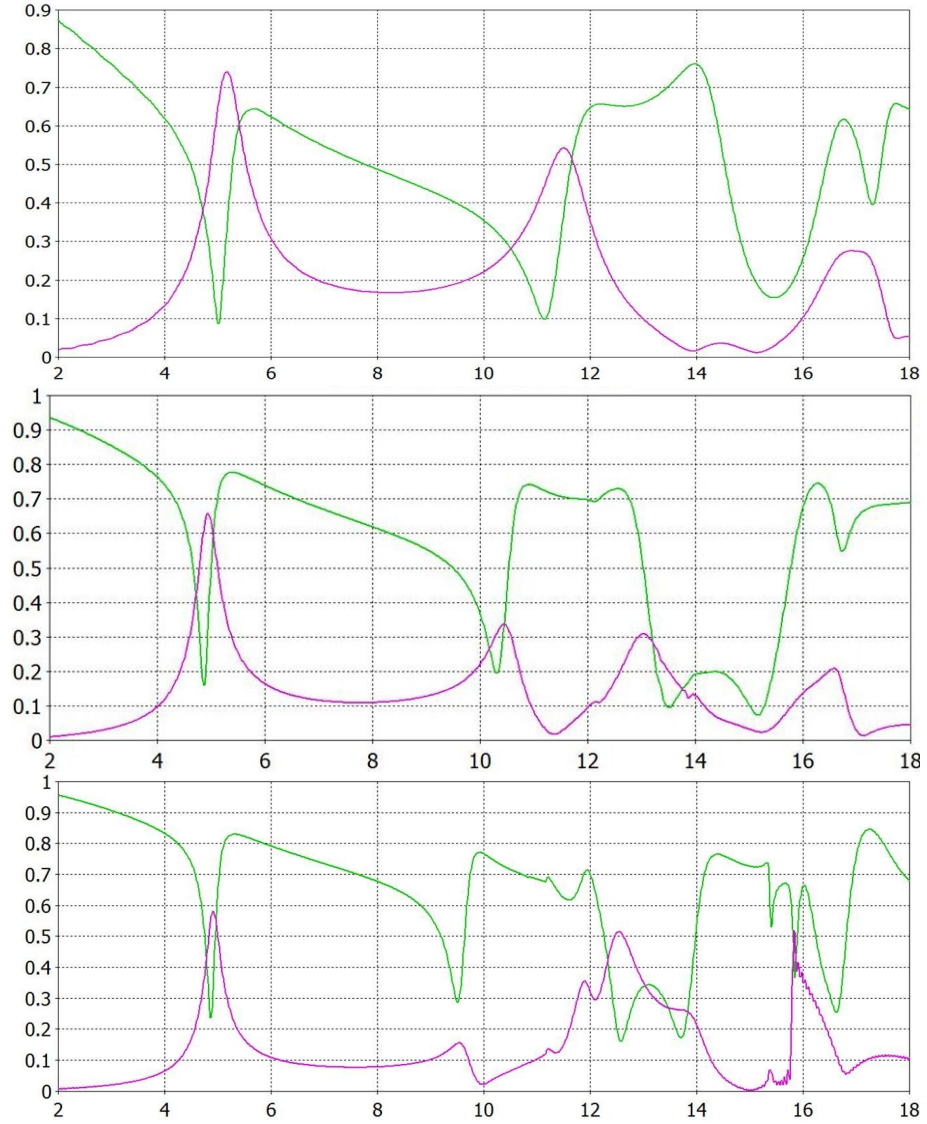


Fig. 4.20: Campo eléctrico transmitido por las muestras CE51 (imagen superior), CE52 (imagen central) y CE53 (imagen superior). En todas ellas el elemento resonador posee el mismo tamaño y se diferencian en la separación entre parejas de manivelas.

Muestra	D(mm)	L_1 (mm)
MA1	3.5	3.6
MA2	5.5	5.6

Tabla 4.7: Dimensiones de las dos manivelas aquirales diseñadas. Estas dos muestras se corresponden con dos muestras de manivelas ya analizadas CE3 y CE52.

En cuanto a los modos de propagación, su comportamiento en estas muestras es similar al mostrado en las anteriores. En la primera resonancia se propagan las ondas circularmente polarizadas a izquierdas, mientras que las ondas con polarización circular a derechas son absorbidas. En el caso de la segunda y tercera resonancia el modo que es absorbido es el LCP mientras que el modo RCP se propaga a través del metamaterial sufriendo únicamente un desfase. Los modos que resuenan no se atenúan completamente dentro del metamaterial por lo que a la salida de este se superponen al modo de propagante dando como resultado una onda con polarización elíptica.

4.5. Medio sin quiralidad

Hasta ahora se ha diseñado un nuevo metamaterial formado por elementos a los que únicamente se les exigía que fueran quirales y se ha estudiado su respuesta al ser iluminado por ondas electromagnéticas.

Con la idea de profundizar en la importancia que tiene la geometría del elemento resonador en la respuesta proporcionada por el metamaterial se va a diseñar un nuevo elemento resonador, en este caso aquiral, es decir que no presente las características geométricas de una estructura quiral, pero que se diferencie lo menos posible de la estructura diseñada. El objetivo que se persigue con este nuevo elemento resonador es comprobar si la respuesta observada, es decir, la presencia de unas resonancias donde el campo eléctrico incidente es rotado un ángulo de 90° a la salida del metamaterial, se debe a esa característica de la geometría de la manivela, la quiralidad, o por el contrario es independiente a ella.

El nuevo elemento resonador, la *manivela aquiral*, se construirá a partir del anterior elemento resonador extendiendo las pistas de menor longitud hasta llegar a alcanzar la vía que tienen más próxima, de forma que cada pareja de dos manivelas se quede unida formando una única estructura. La longitud de ambas pistas en este caso va a ser la misma, $L_1 = L_2$. El cambio que se ha introducido en el elemento quiral ha consistido en añadir uno 3 mm a la longitud total del elemento, lo que únicamente supone un ??? % de su longitud total. En la Figura 4.21 se puede ver un esquema de la nueva estructura.

Las dimensiones usadas en el diseño de la manivela aquiral son las mismas a las empleadas en la manivela de 5 segmentos, lo que permite comparar los resultados entre ellas. Se han simulado dos muestras diferentes sus dimensiones vienen recogidas en la Tabla 4.7

Los campos a la salida de los dos nuevos metamateriales vienen recogidos en la Figura 4.22. En ella puede se observa como estas dos nuevas estructuras no presentan ninguna

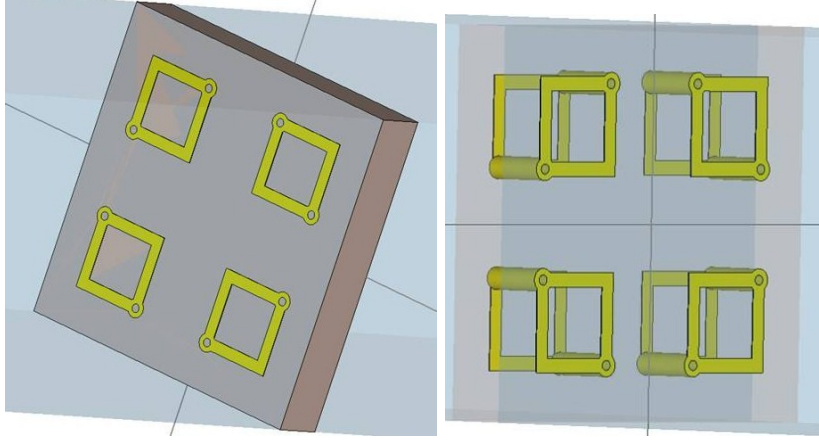


Fig. 4.21: Manivela sin quiralidad

resonancia dentro de la banda de frecuencias ya que la componente E_y es nula en toda la banda de frecuencias. Lo que se observa únicamente una absorción de la componente E_x . Los dos modos fundamentales de propagación (T_{++} y T_{--}) son coincidentes en todo el espectro como se puede observar en la Figura 4.23, esto muestra que el sistema no posee ninguna resonancia en la banda de 2 a 18 GHz y que tras el material el campo posee una polarización lineal, en la misma dirección del campo incidente.

Estos resultados llevan a afirmar que las resonancias antes observadas se deben a la quiralidad de los elementos resonantes.

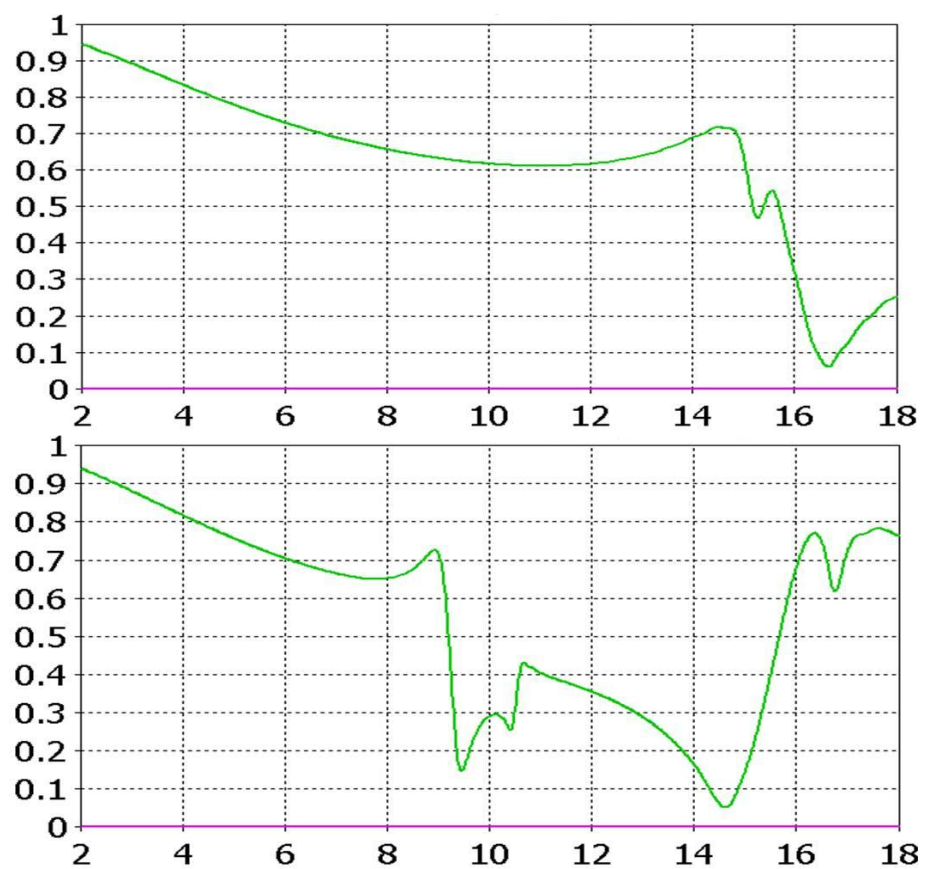


Fig. 4.22: Campo eléctrico copolar transmitido por las muestras MA1 (imagen superior) y MA2 (imagen inferior). No se transmite campo crosspolar.

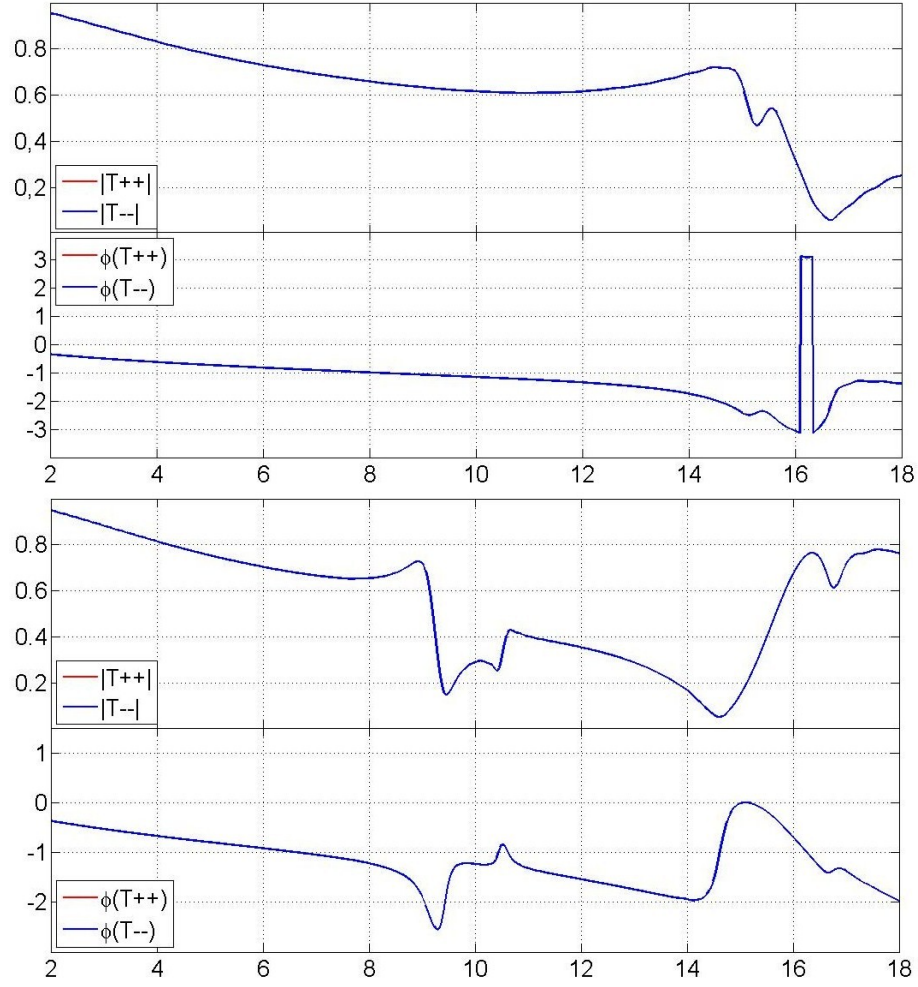


Fig. 4.23: Descomposición del campo transmitido en términos de los modos normales de propagación. La Figura superior muestra el módulo y la fase de los modos T_{++} y T_{--} transmitidos por la muestra MA1. En la gráfica de la fase, el pico que presenta se debe a que está representada en el intervalo $[-\pi, \pi]$. En la Figura inferior se vuelve a presentar el módulo y la fase de los modos de propagación asociados en este caso a la muestra MA2.

4.6. Manivela sin vías

Entre los nuevos diseños de metamateriales que se realizan hoy día se pueden encontrar algunos que usan como elemento resonador estructuras en 2D [24] [23]. Estos materiales consisten en distribuciones periódicas de una celda unidad, la cual está formada por varios elementos resonadores todos ellos iguales y distribuidos a lo largo del eje ortogonal al sustrato y rotados entre sí un cierto ángulo. Las estructuras que forman una celda unidad no están conectadas entre sí, sino que se encuentran separadas por una delgada capa de sustrato.

En la línea de este nuevo tipo de metamateriales se ha modificado la manivela de 5 segmentos hasta lograr una nueva estructura resonante bi-dimensional. Las modificaciones que se han hecho en la estructura inicial han consistido en eliminar las vías que conectan las dos caras del sustrato de forma que ahora el elemento resonante consiste en dos pistas de diferente longitud, formando un ángulo de 90° entre sí y unidas. A este nuevo elemento resonante se le conoce como *Manivela 2D*. Cada pareja anterior de manivelas de 5 segmentos en la nueva estructura queda ahora como cuatro manivelas 2D, dos en cada cara del sustrato. La celda unidad está formada por 16 elementos resonantes. En la Figura 4.24 hay un esquema de la celda unidad formada con manivelas 2D.

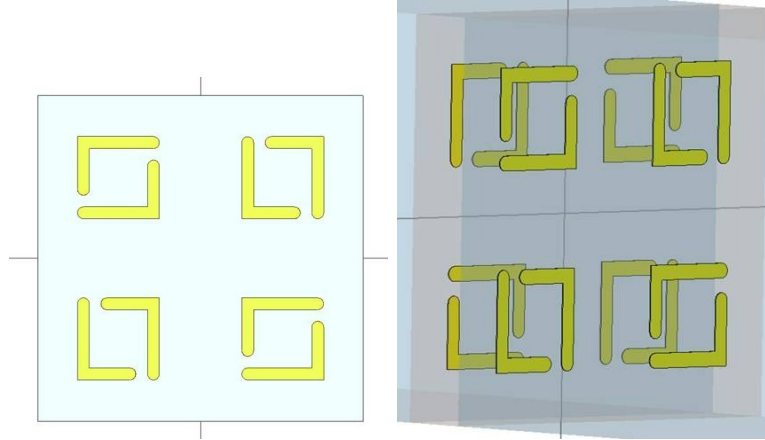


Fig. 4.24: Celda unidad del metamaterial formado por manivelas 2D.

De nuevo las dimensiones se han escogido iguales a los modelos ya diseñados con el fin de poder comparar los resultados. En este caso se han diseñado dos muestras diferentes, con las pistas de igual longitud a los modelos CE3 y CE52 y también con la misma separación entre pares de manivelas. A estas dos nuevas muestras se las va a denominar CES3 y CES52 respectivamente.

En la Figura 4.25 vienen recogidos los campos transmitidos por las muestras CES3 (imagen superior) y CES52 (imagen inferior). En ellas puede observarse como estas nuevos metamateriales sin presentan resonancias, de hecho el mismo número que presentaban los

modelos CE3 y CE52 pero ocurren a frecuencias diferentes, el campo transmitido también es diferente, sobre todo su componente E_y que presenta un valor inferior en las resonancias a la que se encuentra en los modelos previos.

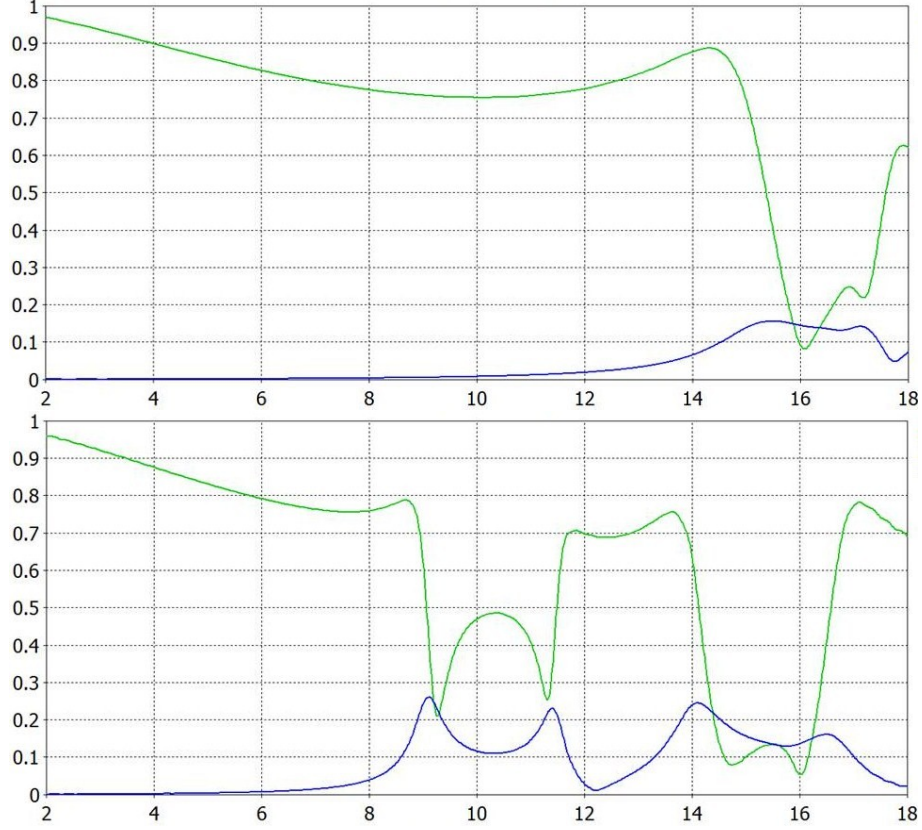


Fig. 4.25: Campo transmitido por los modelos CES3 (imagen superior) y CES52 (imagen inferior)

4.7. Dirección y polarización del campo transmitido. Quiralidad.

Los materiales que han sido estudiados en este trabajo son unos medios heterogéneos formados por un sustrato de tipo FR-4 en el que se han distribuido elementos de cobre. Cuando se ha analizado su respuesta electromagnética únicamente se ha medido el campo a la salida del metamaterial y se ha comparado con el campo incidente.

En esta sección se estudiará el ángulo de rotación y la elipticidad del campo transmitido, además de la quiralidad del medio. Para obtener el valor de estos parámetros se usarán los datos proporcionados por CST acerca de los coeficientes de transmisión, T_{co} y T_{cr} , y el

coeficiente de reflexión, R . La simulación ha sido diseñada para medir el campo eléctrico transmitido y reflejado, pero debido a que el campo incidente es de modulo unidad sus componentes coinciden con los coeficientes de transmisión. El campo incidente está orientado en el sentido positivo del eje “x” y por tanto $TCO = E_x^t$, $TCR = E_y^t$ y $R = E_x^r$, donde el superíndice “t” indica que se trata del campo transmitido y mientras que “r” hace referencia al campo reflejado.

El ángulo de rotación está medido desde la dirección del eje x, tomando valores positivos cuando la rotación tiene el sentido de giro de las agujas del reloj y negativos en el sentido contrario de rotación. Para calcular su valor a partir de las componentes del campo eléctrico se usa la ecuación 2.134, donde $\Delta\phi = \phi_x - \phi_y$, siendo ϕ_x la fase de la componente “x” del campo y ϕ_y la fase de la componente “y”. Su valor está dado en el intervalo $[-\pi, \pi]$. Para obtener la elipticidad se ha usado la ecuación 2.135.

Para la muestra CE2 el ángulo de rotación presenta un valor mínimo de -90° a la frecuencia 11.3 GHz, la cual coincide con la frecuencia de resonancia, lo mismo que le ocurre a la elipticidad que alcanza un valor de -11.5° a esa misma frecuencia. La Figura 4.26 contiene dos gráficas que representan el ángulo de rotación y la elipticidad del campo transmitido por la muestra CE2.

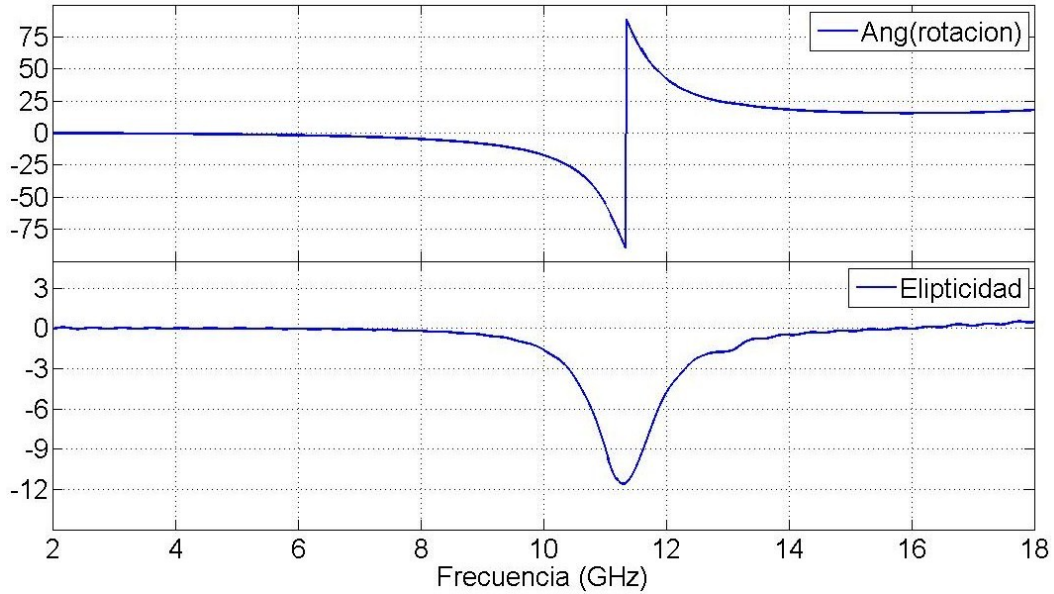


Fig. 4.26: Ángulo de rotación (imagen superior) y elipticidad (imagen inferior) que presenta el campo eléctrico a la salida de la muestra CE2.

En la Figura 4.27 se ha representado la polarización que presenta el campo \vec{E} a la salida de la muestra CE2, además de su orientación, para varias frecuencias dentro del rango de 2GHz a 18GHz. En cada gráfica ha sido representado mediante una línea discontinua de

colo negro la dirección del campo incidente, la cual coincide con el eje vertical de la gráfica. La trayectoria que describe el campo ha sido dibujada con puntos de color rojo, el conjunto de puntos de color verde acabado en un punto de color azul indica el sentido en el que viaja el campo \vec{E} .

A frecuencias bajas en la Figura 4.27 se observa que el campo eléctrico a la salida conserva la polarización del campo eléctrico incidente, lineal, y también su orientación. A medida que aumenta la frecuencia, hasta valores próximos a los 9 GHz, la dirección del campo \vec{E} comienza a rotar en el sentido contrario a las agujas del reloj, esto está de acuerdo con lo observado en la Figura 4.26 donde se observa que la elipticidad del campo es casi cero, lo que implica una polarización lineal, y que el ángulo rotado es negativo, hay que recordar que el ángulo de rotación está medido desde el eje “x” y toma valores positivos cuando rota en el sentido de las agujas del reloj.

Para frecuencias próximas a la resonancia (11.3 GHz) el ángulo de rotación continúa disminuyendo pero la polarización del campo a la salida cambia de lineal a elíptica, a las frecuencias en las que la polarización es elíptica el ángulo de rotación se mide hasta la orientación del eje mayor de la elipse. En la resonancia la elipticidad alcanza su valor máximo como también muestra en la Figura 4.26, a esa frecuencia el eje mayor de la elipse está orientado a lo largo del eje horizontal de la gráfica, lo que coincide con el valor de -90° alcanzado en la gráfica del ángulo de rotación. Si se sigue aumentando la frecuencia el ángulo continúa aumentando, pero la elipticidad comienza a disminuir. En esas frecuencias superiores a la resonancia el ángulo que muestra la Figura 4.26 es positivo aunque lo que no coincide con lo mostrado por la elipse, ya que esta sigue rotando en el mismo sentido, contrario a la rotación del reloj, y por tanto presentando un ángulo negativo. Esta aparente contradicción entre las gráficas es debida a que la representación del ángulo de rotación se encuentra entre -90° y 90° , de forma que si el ángulo disminuye de -90° la gráfica lo considera como un ángulo positivo con un valor inferior a 90° .

Para el resto de muestras la respuesta del ángulo de rotación es similar a la anterior. En las frecuencias de resonancia el ángulo alcanza valores extremos, que pueden llegar a ser de 90° o -90° si la resonancia es muy intensa. La elipticidad también alcanza valores extremos en las frecuencias de resonancias aunque son independientes de su intensidad. Así se observa en las Figuras 4.28 y 4.29 donde vienen recogidos el valor de estos dos parámetros para las muestras CE42 y CE52 respectivamente.

Además de lo ya expuesto, en la Figuras 4.26, 4.28 y 4.29 también se observa que para todas las resonancias que son negativas, es decir, en aquellas en las que a frecuencias inmediatamente anteriores a la resonancia el ángulo de rotación toma valores negativos, la elipticidad alcanza un valor mínimo, mientras que en las resonancias positivas alcanza un valor máximo. La primera resonancia que presentan todas las muestras es negativa,

mientras que la segunda y la tercera es positiva. Este comportamiento es el mismo que mostraba el medio quiral anisótropo.

El ángulo de rotación no es distinto de cero únicamente en las frecuencias en torno a la resonancias, sino que en la banda de frecuencias comprendida entre una resonancia negativa y otra positiva el valor del ángulo desciende desde 90° hasta un valor mínimo, positivo y distinto de cero, para a continuación volver ha aumentar su valor hasta los 90° . En esa banda de frecuencias la elipticidad presenta un valor nulo. A las frecuencias comprendidas entre la segunda y tercera resonancia, debido que son del mismo tipo, el ángulo de rotación necesariamente ha de tomar el valor cero, sin embargo para estas frecuencias la elipticidad no se anula.

A 15.1 GHz la Figura 4.29 muestra un pico en el ángulo de rotación que alcanza los -19.2° , muy cerca de esa frecuencia, a 15.2 GHz la elipticidad alcanza un valor mínimo, -4° . Todo parece indicar que en la región comprendida entre [15.1 ; 15.2] el sistema tiene una resonancia, sin embargo esto no es así como demuestras el campo eléctrico, Figura 4.17, ya que en ese intervalo la componente “x” alcanza un valor mínimo pero la componente “y” no presenta un máximo, sino que también es mínima. Lo que se está observando en esa banda de frecuencias es que el sistema presenta una gran absorción. Para aquellas frecuencias donde se dan estas absorciones tan grandes el módulo de las componentes del campo eléctrico transmitido presentan valores muy pequeños, hasta el punto de que llegan a ser muy parecidos, y por tanto el ángulo de rotación y la elipticidad muestran valores extremos aunque el sistema no se encuentre en resonancia. Un ejemplo de este tipo de comportamiento se observa también en la muestra CE62 a 15.6 GHz, en la Figura 4.30 esta representado el ángulo de rotación y la elipticidad para esta muestra.

Los resultados obtenidos para el ángulo de rotación y la elipticidad en estas muestras, Figuras 4.28, 4.29 y 4.30, coincide con los resultados que se obtienen acerca de la polarización y orientación del campo transmitido. En la Figura 4.31 se ha representado el ángulo de rotación y la polarización para el campo \vec{E} a la salida de la muestra CE42. Para esta muestra a bajas frecuencias el campo a la salida del metamaterial posee una polarización lineal y está orientado en la misma dirección del campo incidente. De nuevo a medida que la frecuencia se aproxima a la primera resonancia la polarización va cambiando a elíptica y la dirección del eje mayor de la elipse va rotando en sentido contrario a las agujas del reloj, hasta que en la resonancia el eje mayor se encuentra alineado con el eje horizontal de la gráfica y la elipticidad es máxima. Este mismo comportamiento se puede observar en la Figura 4.28.

A frecuencias superiores a la primera resonancia el eje mayor de la elipse continua rotando en el mismo sentido y la elipticidad comienza a disminuir. El ángulo de rotación alcanza un valor mínimo, distinto de cero, en la banda de frecuencias comprendida entre la primera y la segunda resonancia, como se puede ver en la Figura 4.28, además para esas frecuencias la elipticidad es cero, (Figura 4.28), esto se traduce en que la elipse de polarización llega a alcanzar una polarización lineal que queda rotada un ángulo de -168° . De nuevo debido a que el ángulo de rotación está representado entre -90° y 90° el ángulo

mínimo que aparece en la Figura 4.28 es 12° . Tras esto el ángulo de rotación además de la elipticidad vuelven a aumentar hasta alcanzar de nuevo a los -90° un máximo. Este punto se corresponde con la segunda resonancia.

Tras la segunda resonancia el ángulo continua aumentado, llega hasta 0° , y continua hasta alcanzar 90° en la tercera resonancia. La elipticidad en cambio disminuye después de la segunda resonancia hasta alcanzar un valor mínimo, que en este caso es distinto de cero, en torno a la frecuencia en la que el ángulo de rotación es aproximadamente 0° de forma que a la salida del metamaterial se vuelve a tener un campo paralelo al incidente pero con una polarización distinta. En la tercera resonancia, a 16.5 GHz, la elipticidad vuelve a presentar un máximo. Para frecuencias superiores el ángulo de rotación continua aumentando pero la elipticidad disminuye.

Si se comparan entre sí las elipses de polarización en las tres frecuencias de resonancia se observa que la mayor de todas es la primera, en cuanto a tamaño en segundo lugar estaría la segunda y la más pequeña de todas es la tercera elipse. En la Figura 4.16, donde está representado el valor de las componentes del campo eléctrico para esta muestra, se observa que la primera resonancia es la más intensa y además en la componente “y” alcanza un mayor valor. La segunda resonancia, es la segunda más intensa y en la tercera lo que se observan son unas pérdidas muy grandes pues la componente “x” alcanza un valor muy pequeño, al igual que le ocurre a la componente “y”. De lo que se deduce que el tamaño de la elipse depende de las componentes del campo a la salida del metamaterial, lo que tiene sentido ya que el campo transmitido en las direcciones “x” e “y” lo que está midiendo es la proyección de la elipse de polarización en esas dos direcciones.

En la sección anterior, además de representar el módulo de las componentes del campo transmitido, se han estudiado también los dos modos normales de propagación de un medio bi-isótropo, RCP y LCP. En la Figura 4.18 se han representado los coeficientes de transmisión para los dos modos asociados a las muestras CE2 y CE42. Como ya se comentó la primera resonancia que se observa en todas las muestras se da en el campo con polarización circular a derechas y por tanto es el campo LCP el que atraviesa la estructura sin sufrir ninguna perturbación salvo un cambio de fase, esto coincide con lo que se observa en las elipses de polarización en las Figuras 4.27 y 4.31, donde se muestra que en la resonancia y en las frecuencias en torno a ella, la elipse gira a izquierdas. En la segunda y tercera resonancia mostrada en la Figura 4.31 la elipse gira a derechas y el campo que resuena a esas frecuencias es el LCP, como se muestra en la Figura 4.18.

Si se comparan las diferentes respuestas del ángulo de rotación y de la elipticidad en todas las muestras se observa que la elipticidad en la primera de las resonancias, en valor absoluto, es siempre menor al resto. En cuanto al ángulo de rotación, a medida que aumenta la longitud de las manivelas, el ángulo “mínimo” que queda rotado el campo eléctrico entre la primera y la segunda resonancia disminuye. En la Tabla 4.8 está recogido el ángulo “mínimo” entre la primera y la segunda resonancia para las muestras que presentan una diferente longitud de manivela.

Manteniendo constante la longitud de las manivelas y variando la separación entre las distintas celdas unidad (D) se observa que la elipticidad que presenta el campo eléctrico

Muestra	Ángulo(deg)
CE2	15.5
CE3	14.0
CE42	12.0
CE52	9.5
CE62	8.0

Tabla 4.8: Ángulo mínimo alcanzado por el campo eléctrico entre la primera y la segunda resonancia.

Muestra	Ángulo(deg)	Muestra	Ángulo(deg)	Muestra	Ángulo(deg)
CE41	21.5	CE51	18.5	CE61	15.5
CE42	12.0	CE52	9.5	CE62	8.0
CE43	7.5	CE53	6.0	CE63	5.0

Tabla 4.9: Ángulo mínimo entre la primera y la segunda resonancia para cada una de las muestras.

en la primera resonancia es inferior a medida que disminuye D , el valor que presenta en la segunda resonancia no sufre cambio. El ángulo de rotación alcanzado en la segunda resonancia también cambia con D , disminuye al aumentar la separación entre parejas de manivelas. En la Figura 4.32 muestra el ángulo de rotación y la elipticidad para las muestras CE51 (gráfica superior), CE52 (gráfica central) y CE53 (gráfica inferior).

Otro cambio que se produce en el ángulo de rotación al aumentar la separación entre las celdas unidad es en el valor que toma el ángulo “mínimo” entre la primera y la segunda resonancia, el cual disminuye. En la Tabla 4.9 están recogidos los valores que toma en cada muestra.

Para calcular la quiralidad hay que recurrir a la ecuación 2.139, descrita en el capítulo 2. Este parámetro es el último que se va a estudiar de los medios que se han diseñado. Su importancia se encuentra, como también se vio en el capítulo segundo, en que es el responsable de que uno de los modos normales de propagación, en las frecuencias en torno a la resonancia, presente un índice de refracción negativo. En la Figura 4.33 está representado el valor que toma la quiralidad para la muestra CE52. Este parámetro alcanza un valor extremo, positivo o negativo, en cada una de las resonancias, en el resto de la banda de frecuencias el valor de su parte imaginaria es cero, no siendo siempre así para la parte real, esto se observa sobre todo en la región comprendida entre la primera y la segunda resonancia.

Para todas las muestras el valor que alcanza la parte de real de κ en la primera resonancia, es superior en valor absoluto, al que presenta en el resto de resonancias. Variando

el tamaño de las manivelas el valor de la quiralidad también cambia, a medida que su longitud es mayor el valor que alcanzan tanto la parte real como la parte imaginaria de la quiralidad en la primera resonancia aumenta. En la Figura 4.35 están representadas las partes real e imaginaria de la quiralidad de las muestras CE42, CE52 y CE62. Manteniendo fijo la longitud de las manivelas y variando D el valor de la parte imaginaria de κ cambia, a medida que aumenta la separación entre las parejas de manivelas la parte imaginaria alcanzado en la primera resonancia aumenta. En la Figura 4.8 está representada la quiralidad para las muestras CE41, CE42 y CE43. El valor más alto de κ se ha encontrado para la muestra CE63 ($Re(\kappa) = 7,5$; $Imag(\kappa) = 2,5$).

En el Capítulo 2 se estudió que cuando un campo linealmente polarizado atraviesa un medio BI, este sufre una rotación si el medio presenta valores de quiralidad diferentes de 0. Los valores del ángulo de rotación asociados a la celda unidad del medio quiral bi-isótropo, junto con lo observado en las elipses de polarización muestra que en este medio se da una rotación del campo eléctrico y por tanto la quiralidad ha de ser distinta de cero. En la Figura 4.36 están representados los valores de la parte real e imaginaria de la quiralidad para la muestra CE42.

La ecuación 2.131 expresa la respuesta de un medio bi-isótropo cuando sobre él incide un campo linealmente polarizado. De esta ecuación se deduce que si el parámetro κ presenta un valor real el campo transmitido tendrá una polarización lineal y se encontrará rotado un ángulo $\phi = k_0 \kappa d$. En cambio si este parámetro posee valores imaginarios la polarización del campo a la salida del metamaterial será elíptica.

A frecuencias bajas, Figura 4.36 , alejadas de la resonancia, los valores de la parte real e imaginaria de la quiralidad están muy próximos a cero, lo que indica que la rotación ha de ser muy pequeña y además que la polarización debe ser lineal, lo que coincide con lo observado en la elipse de polarización, Figura 4.31, donde a frecuencias en torno a 2GHz ó 3GHz el ángulo rotado por el campo es nulo, en la Figura 4.28, el ángulo de rotación muestra también un valor nulo en ese intervalo de frecuencias. A frecuencias más altas, la quiralidad aumenta su valor a medida que se aproxima a la resonancia, esto se traduce en un mayor ángulo de rotación como se deduce de la ecuación 2.131. Estos resultados están de acuerdo con lo que aparece en las Figuras 4.28 y 4.31. La parte imaginaria de κ también toma valores distintos de cero a frecuencias muy próximas a la resonancia y como muestra la Figura 4.31 para esas frecuencias el campo presenta una polarización elíptica.

A 5.95 GHz, en la resonancia, la quiralidad alcanza su valor máximo y el ángulo de rotación llega hasta los 90° . A esa frecuencias la parte imaginaria de la quiralidad alcanza un valor máximo, lo que según la ecuación 2.109 supone que el campo RCP se fuertemente absorbido, esto coincide con lo mostrado en la Figura 4.18 donde el módulo del coeficiente T_{++} presenta un mínimo. Según la ecuación 2.139 la parte real de κ viene dado por la diferencia de fases entre los coeficientes T_{--} y T_{++} , las cuales se encuentran comprendidas en el intervalo $[-90^\circ ; 90^\circ]$, esto explica que $Re(\kappa)$ sufre un salto, ya que en ese punto es donde $\phi \left(\frac{T_{--}}{T_{++}} \right)$ salta de -90° a 90° .

Para frecuencias comprendidas entre la primera y la segunda resonancia, $Im(\kappa)$ es cero y por tanto el campo es lineal, en la Figura 4.18 los módulos de T_{++} y T_{--} , para esas frecuencias, son coincidentes. Para la segunda y tercera resonancia la parte imaginaria de κ alcanza un mínimo, lo que debe suponer una gran absorción del campo LCP de acuerdo con la ecuación 2.121, esto vuelve a coincidir con lo mostrado en la gráfica de los coeficientes T_{++} y T_{--} donde en esos puntos se ve una gran absorción de ese modo.

La parte real de la quiralidad es distinta de distinta de cero en las frecuencias comprendidas entre la primera y la segunda resonancia, alcanzando en esa región un valor máximo, aunque no presenta ninguna resonancia. El ángulo de rotación por su parte presenta un valor “mínimo” en esa región, de nuevo esto es un claro ejemplo de como para frecuencias en las que la quiralidad es real la campo a la salida del metamaterial presenta una rotación respecto de su dirección de incidencia, la polarización en estas frecuencias no se ve afectada. A las frecuencias donde se produce la segunda y tercera resonancia, $Re(\kappa)$ alcanza un valor mínimo y además en esos puntos se produce de nuevo un salto, en esas frecuencias el ángulo de rotación es igual a 90° .

Si las fases de los coeficientes T_{++} y T_{--} no estuvieran representados en el intervalo de -90° a 90° , la respuesta que se observaría para la parte real de la quiralidad sería similar a la observada en el ángulo de rotación cuando se representan las elipses de polarización, la única diferencia, a parte del valor que toman, sería el signo. Así pues, desde 2GHz, a medida que crece la frecuencia el ángulo de rotación disminuye mientras que $Re(\kappa)$ aumenta y ambos parámetros alcanzan un valor extremo en la banda de frecuencias comprendida entre la primera y la segunda resonancias. Desde esa región la quiralidad comienza a disminuir y el ángulo de rotación a aumentar. En torno a 14 GHz la orientación del eje mayor de la elipse coincide con la dirección del campo incidente y $Re(\kappa) = 0$. Para frecuencias superiores el ángulo sigue aumentando y la parte real de la quiralidad disminuyendo.

De los resultados obtenidos se concluye que el medio quiral bi-isótropo presenta los efectos de birrefringencia, se observa una rotación del campo transmitido en las gráficas del ángulo de rotación y en las elipses de polarización. El medio también presenta dicroísmo circular en las frecuencias entorno a las resonancias que el sistema presenta ya que en esas frecuencias la polarización del sistema cambia de lineal a elíptica. Este efecto es máximo en las resonancias donde la polarización del campo transmitido llega a ser casi circular por lo que uno de los dos modos normales ha sido prácticamente absorbido por el medio en su totalidad.

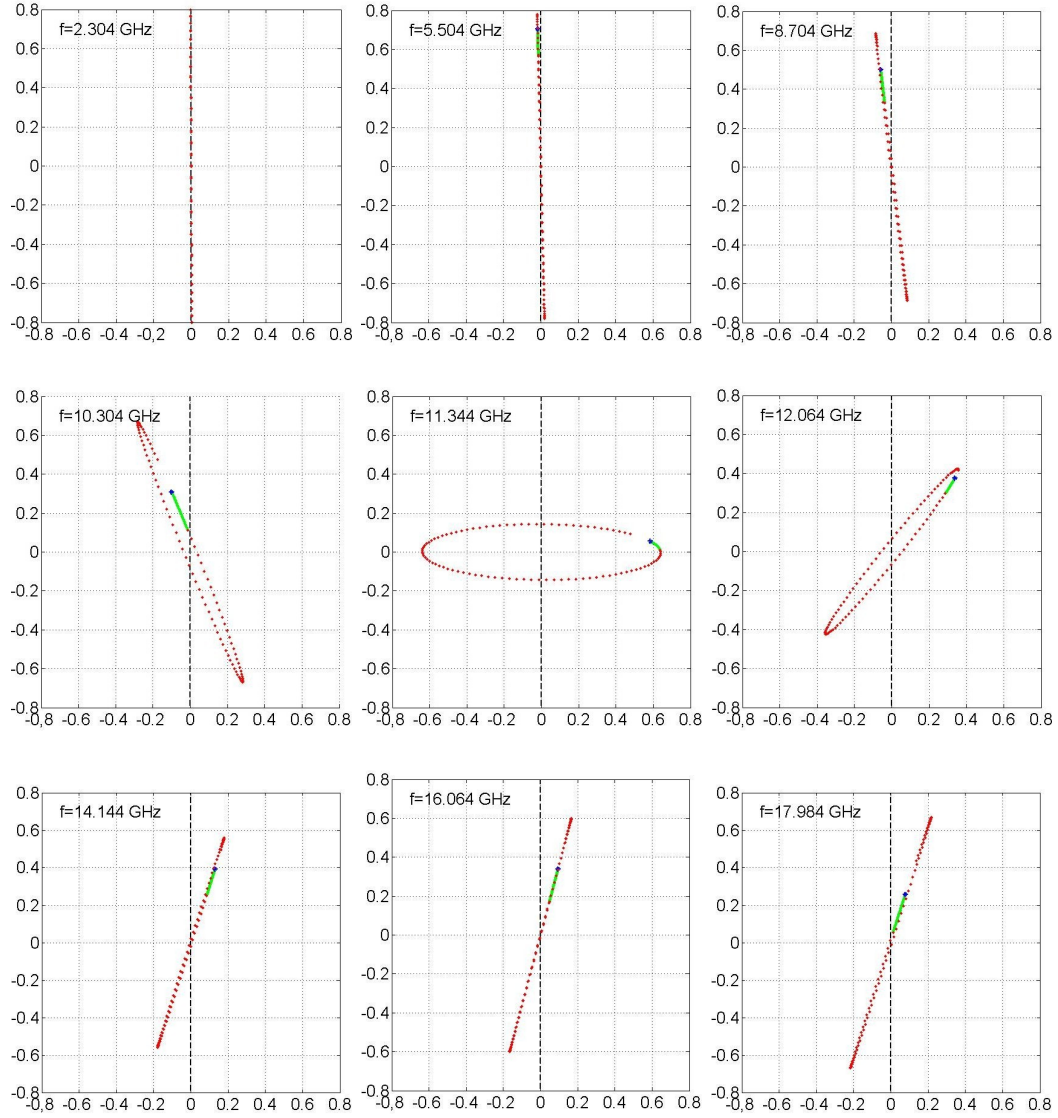


Fig. 4.27: Trayectoria que describe el campo \vec{E} a la salida de la muestra CE2. Esta trayectoria ha sido dibujada para 9 frecuencias diferentes. La trayectoria ha sido dibujada con puntos de color rojo, para indicar el sentido en el que viaja el campo eléctrico se han añadido una serie de puntos de color verde finalizados en un punto de color azul.

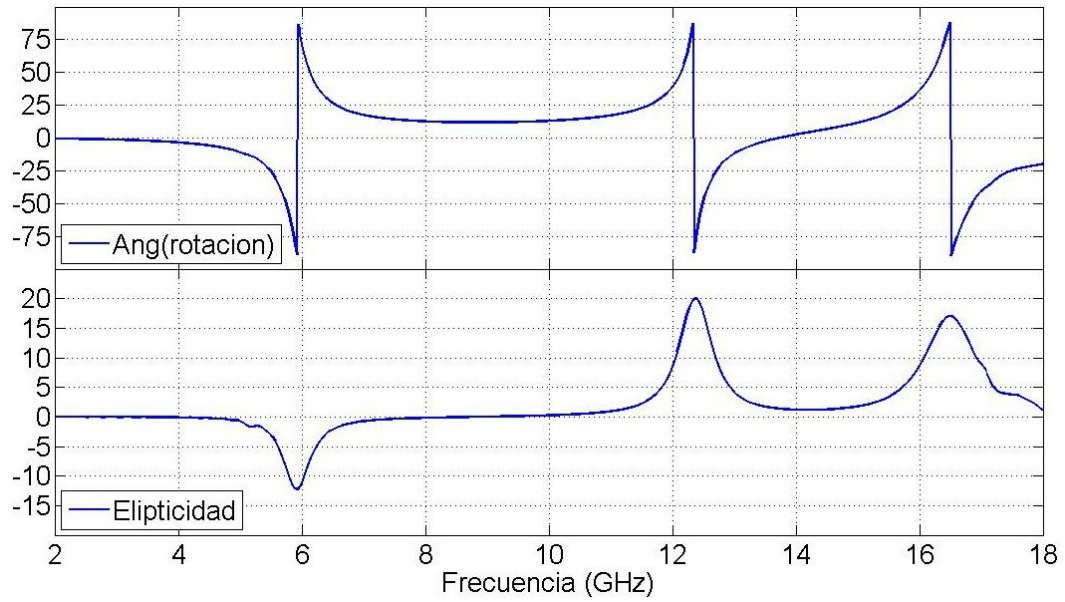


Fig. 4.28: Valores que presenta el ángulo de rotación (gráfica superior) y la elipticidad (gráfica inferior) del campo transmitido por la muestra CE42.

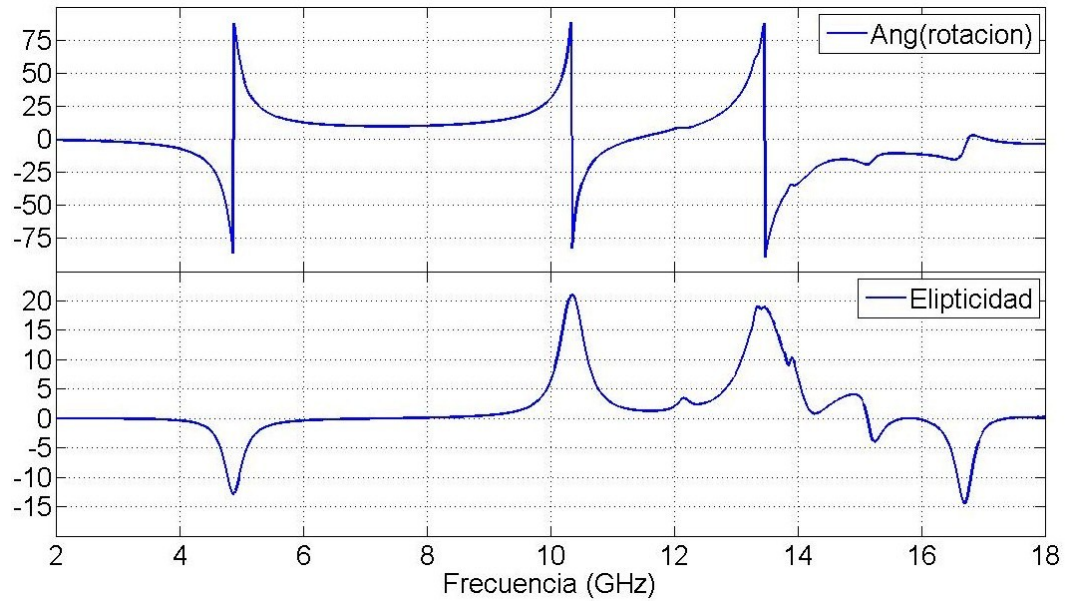


Fig. 4.29: Ángulo de rotación (imagen superior) y elipticidad (imagen inferior) para la muestra CE52.

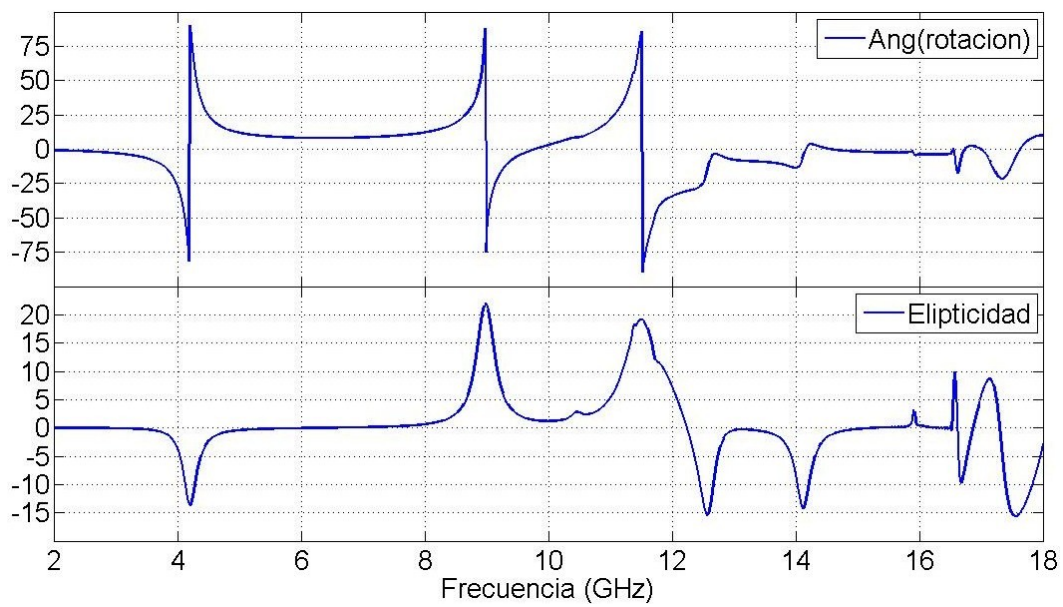


Fig. 4.30: Ángulo de rotación (imagen superior) y elipticidad (imagen inferior) para la muestra CE62.

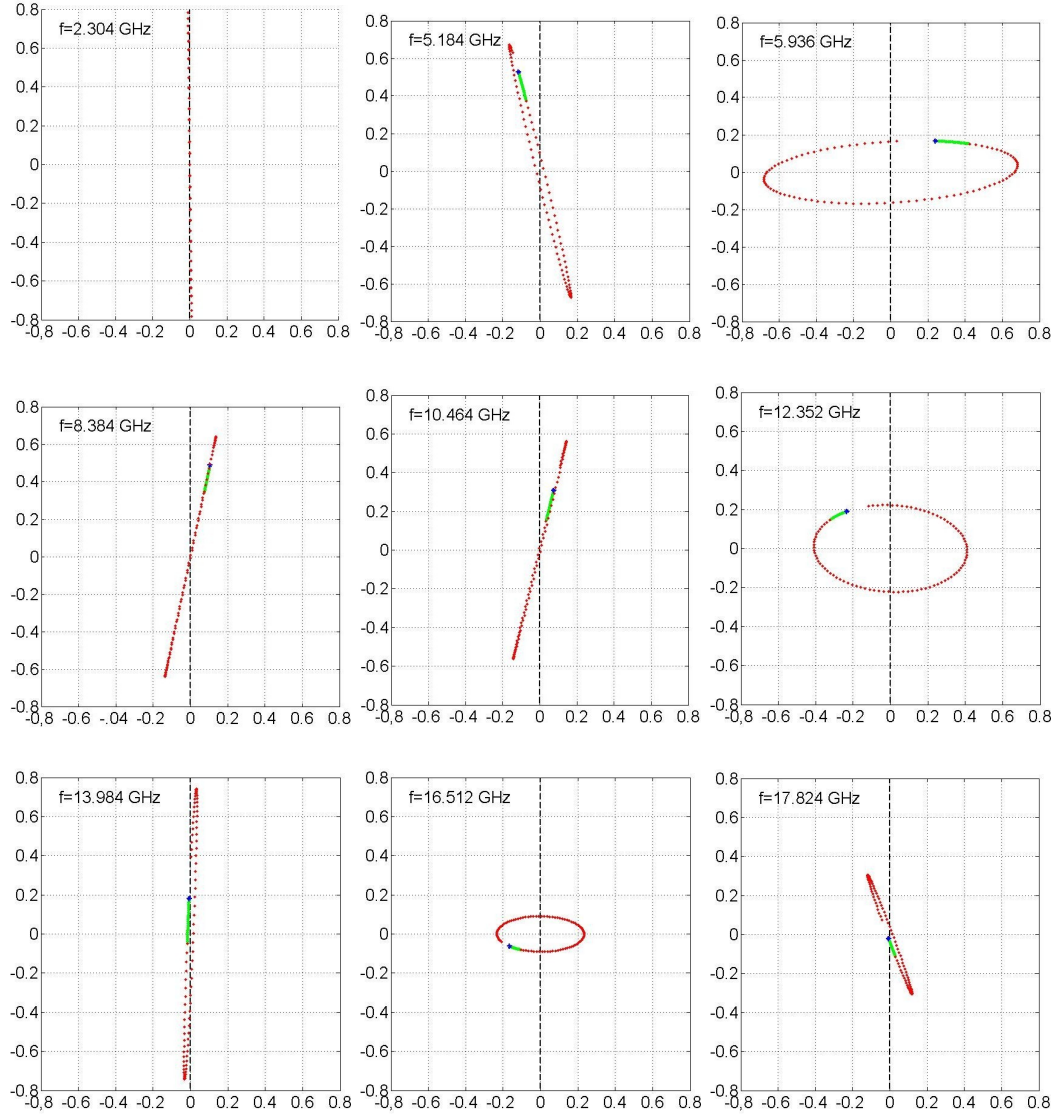


Fig. 4.31: Polarización y orientación del campo eléctrico a la salida del metamaterial en 9 frecuencias diferentes. La muestra escogida en este caso ha sido la CE42 debido a que presenta varias resonancias. Para representar la trayectoria que describe el campo así como indicar el sentido en el que el campo se desplaza se ha usado el mismo tipo de representación que en la Figura 4.27.

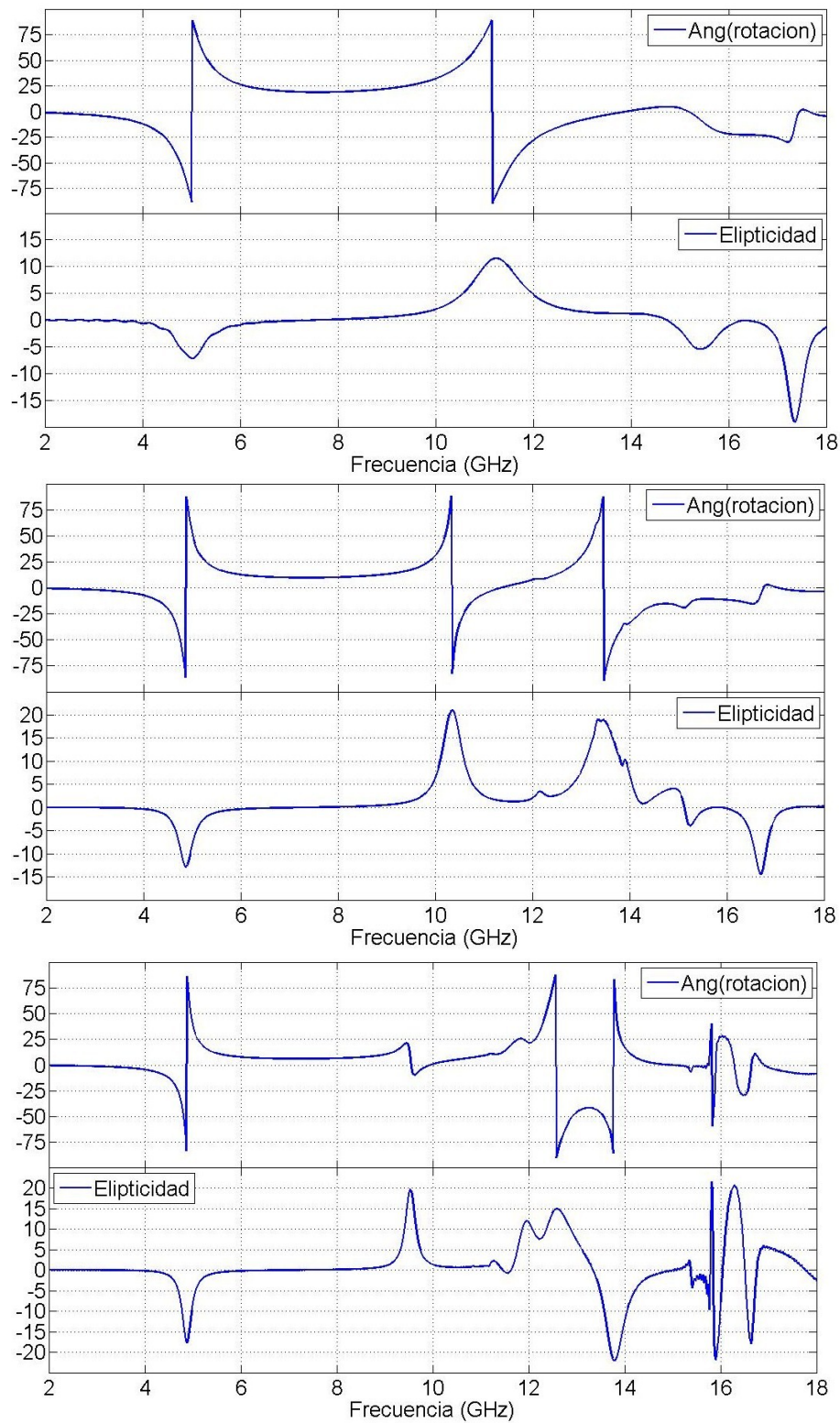


Fig. 4.32: Ángulo de rotación y elipticidad para las muestras CE51 (grafica superior), CE52 (gráfica central) y CE53 (gráfica inferior).

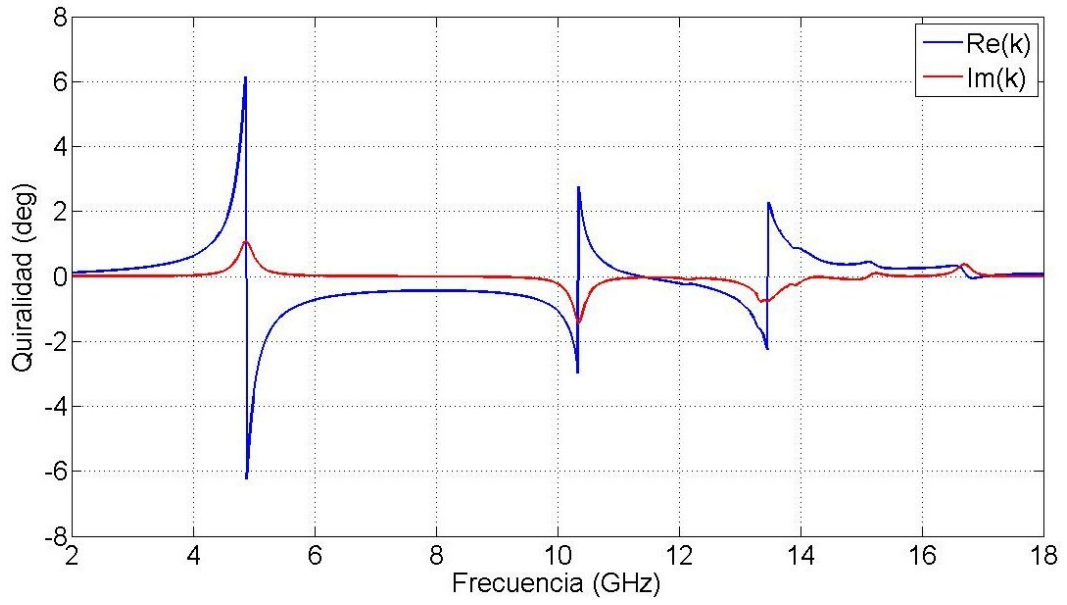


Fig. 4.33: Parte real e imaginaria de la quiralidad asociada a la muestra CE52

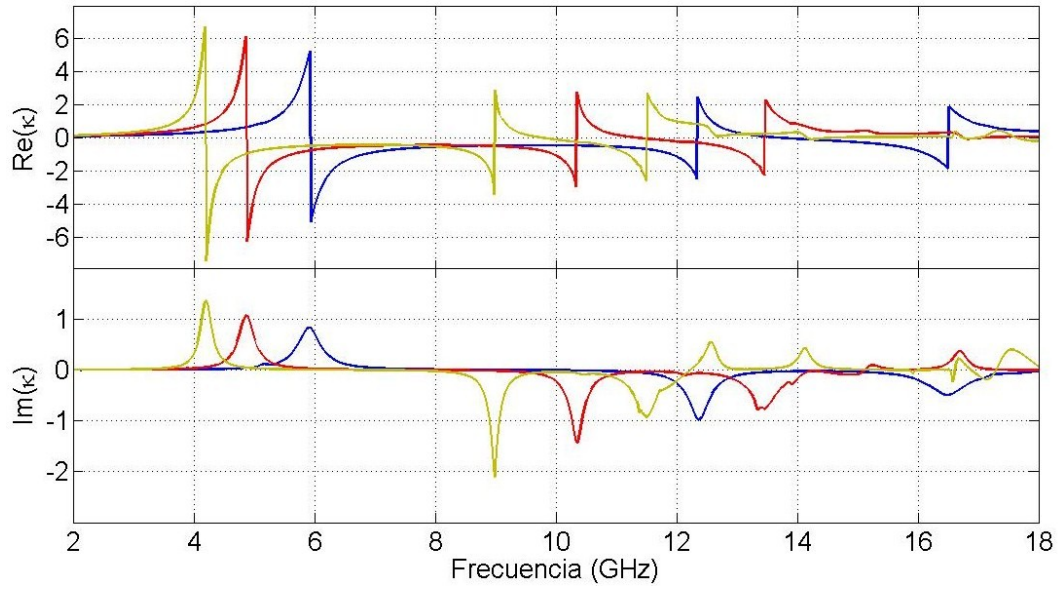


Fig. 4.34: Parte real (superior) e imaginaria (inferior) del parámetro κ asociado a las muestras CE42 (azul), CE52 (rojo) y CE62 (verde). En esta Figura se puede comprobar como a medida que aumenta la longitud de las manivelas el valor que alcanza la parte real de la quiralidad y la parte imaginaria también aumenta.

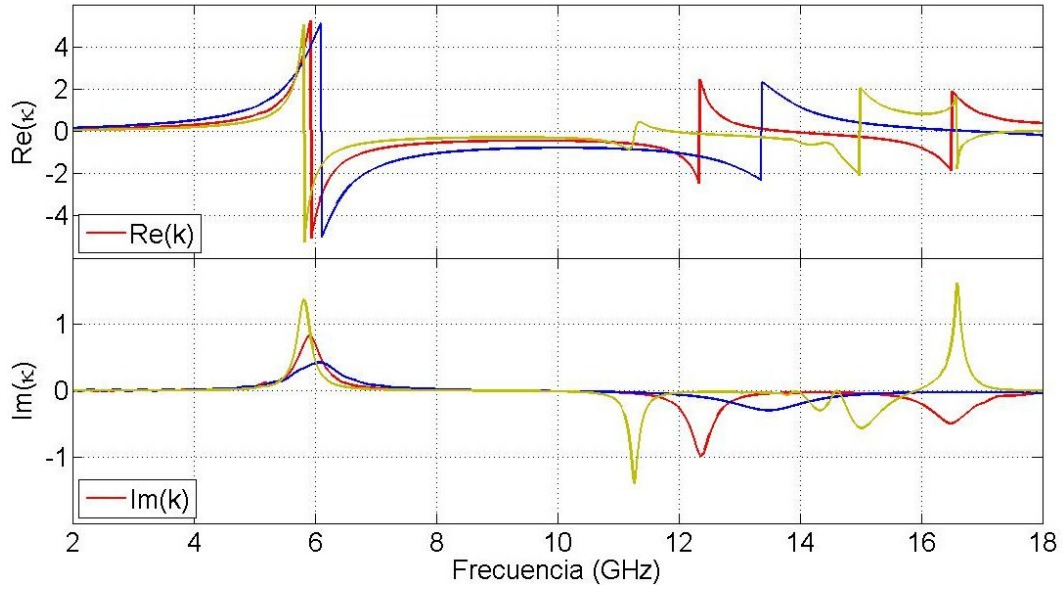


Fig. 4.35: Parte real (superior) e imaginaria (inferior) del parámetro κ asociado a las muestras CE41 (azul), CE42 (rojo) y CE43 (verde). Al aumentar la separación entre las manivelas (D) el valor que toma la parte imaginaria de la quiralidad, en la primera resonancia, aumenta.

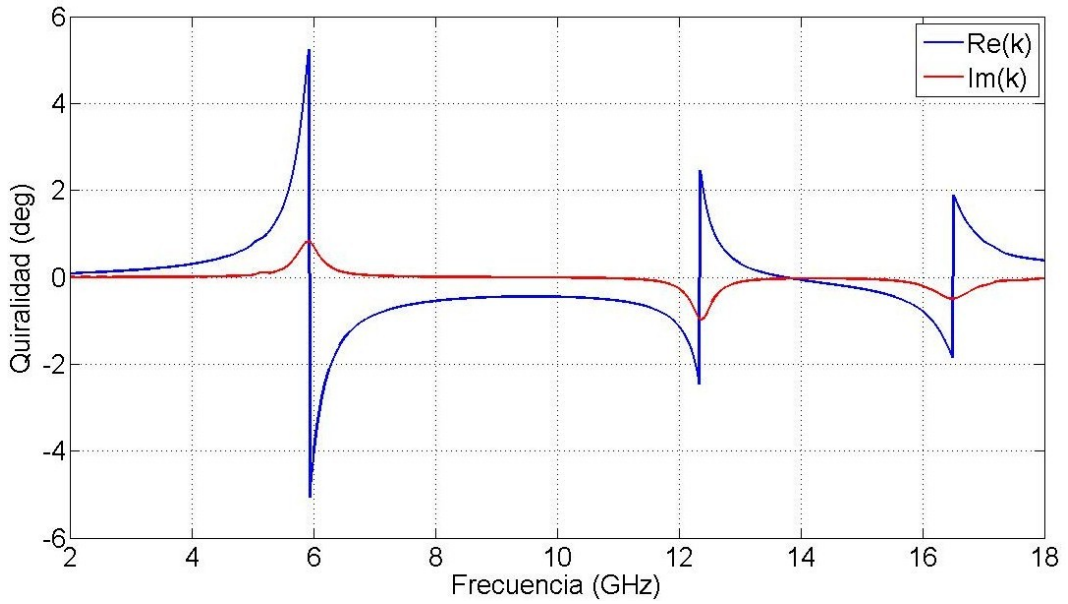


Fig. 4.36: Quiralidad de la muestra CE42

Capítulo 5

Contribuciones del TFM

El objetivo que se ha perseguido en este trabajo es doble, por un lado se ha hecho un análisis teórico de los medios bi-anisótropos y sobre todo de los medios bi-isótropos. Por otro lado se han diseñado y analizado dos medios quirales, uno bi-anisótropo y otro bi-isótropo. Estos dos objetivos se pueden enmarcar dentro de otro objetivo más básico que ha estado presente a lo largo de todo el trabajo y que es el estudio de la quiralidad.

Las principales aportaciones que se ha hecho con este trabajo son las siguientes:

- Una nueva estructura quiral, la *manivela de 5 segmentos*, y un nuevo elemento resonante, formado por dos manivelas rotadas entre sí 180° . Este elemento es bi-anisótropo y presenta un eje de simetría C_2 a lo largo del eje “z”.
- Se han diseñado dos nuevos medios quirales basados en el mismo elemento resonante, el medio quiral bi-anisótropo y el medio quiral bi-isótropo, en los cuales se han observado resonancias en el ángulo de rotación, la elipticidad y la quiralidad. En estos dos medios se ha llegado hasta una rotación del campo transmitido (birrefringencia) de 90° en las frecuencias de resonancia, y un cambio de polarización lineal a elíptica (dicroísmo circular) también en las frecuencias de resonancia. El dicroísmo circular es máximo en las resonancias donde el campo transmitido puede llegar hasta presentar una polarización circular.
- El medio bi-isótropo se ha obtenido por medio de elementos bi-anisótropos, los elementos resonantes. Para ello ha sido necesario distribuir los elementos de forma que la simetría en el plano de incidencia fuera C_4 , lo que se ha conseguido creando una celda unidad en la que el elemento resonante está rotado 90° cuatro veces. El medio bi-anisótropo consiste en una distribución periódica del elemento resonante.
- Se ha observado que existe una dependencia entre las frecuencias de resonancia con su longitud y la separación entre los elementos resonantes. A medida que aumenta la longitud de las manivelas las resonancias ocurren a una frecuencia menor. Este cambio afecta sobre todo a la segunda resonancia de forma que a medida que aumenta la longitud la separación entre la primera y segunda resonancia decrece. También se ha observado que la componente E_y del campo transmitido disminuye con el aumento

de la longitud de forma que las resonancias son menos intensas. En cuanto a la dependencia con el parámetro D se ha observado que la segunda resonancia, para aquellos medios que la presentan, se da a una frecuencia menor a medida que D aumenta, la primera frecuencia de resonancia prácticamente no cambia de valor. Los picos que presentan las componentes del campo transmitido son menos intensos con el aumento de la separación entre parejas de elementos resonante, es decir, los mínimos que presenta E_x son mayores a medida que aumenta D y los máximos que presenta E_y son más pequeños. Al aumentar la separación entre los elementos resonantes hay una menor interacción entre ellos.

- En las resonancias la gráfica del ángulo de rotación muestra un salto entre -90° y 90° , sin embargo al representar el campo transmitido se observa que tal salto no existe y que es debido al intervalo en el que está representado el ángulo. A frecuencias superiores a la resonancia la rotación de la dirección del campo transmitido continua hasta alcanzar un ángulo “máximo” o “mínimo”, a partir del cual cambia el sentido de rotación.
- En la banda de frecuencias comprendida entre las dos primeras resonancias el campo transmitido presenta una polarización lineal, la elipticidad es cero, pero su dirección se encuentra rotada con respecto a la dirección de incidencia. En esas frecuencias es donde el campo presenta su mayor rotación respecto de la dirección de incidencia. Este ángulo “mínimo” disminuye con el aumento de la longitud de las manivelas.
- Se ha analizado también la imagen especular del elemento resonante comprobándose que la rotación para los medios formados con este nuevo elemento resonante se da en sentido contrario.
- Al descomponer el campo transmitido en términos de los dos modos normales se ha observado que la primera de las resonancias se da siempre en el campo RCP, de forma que es el campo LCP el que se propaga por el medio a esa frecuencia. En la segunda y tercera resonancia el campo que resuena es el LCP. Esto se ha comprobado que coincide con el sentido de rotación que presentan las elipses de polarización.
- Se ha medido la quiralidad de los medios diseñados. Tanto su parte real como su parte imaginaria presentan una resonancia en las mismas frecuencias que el ángulo de rotación y que las componentes de los campos. En la primera de las resonancias la parte imaginaria es positiva mientras que en la segunda y tercera resonancia toma un valor negativo. En cuanto a la parte real toma un valor mayor en la primera de las resonancias que en el resto.
- Los valores presentados por la quiralidad también dependen de los parámetros geométricos del sistema. A medida que aumenta la longitud de la manivela la parte real de κ presenta un valor mayor en la primera resonancia. El mayor valor que se ha observado ha sido 7.5 para la muestra CE63. La parte imaginaria también aumenta el valor que presenta en la primera resonancia al aumentar la longitud de las manivelas, el valor máximo también se ha encontrado para la muestra CE63 y ha sido 2.5.

Cambiando la separación entre parejas de elementos resonantes la parte imaginaria de κ aumenta al mismo tiempo que D .

- Mediante el diseño de una estructura no quirral se ha comprobado que la rotación se debe a la isomería de la estructura, comprobándose que si se usa una celda muy similar, pero no quirral, no presenta actividad electromagnética.

Trabajos en realización

Actualmente los trabajos que se están realizando relacionados con este proyecto son:

- Desarrollo de un algoritmo de inversión para medios bi-anisótropos. A partir de todo lo desarrollado en el Capítulo 2 y en el Apéndice I se está buscando como son los modos normales de propagación en este medio, el índice de refracción asociado y los coeficientes de transmisión y reflexión, de forma que queden expresados de una manera más claros.
- Otro punto en el que se está trabajando es en la constatación experimental de los resultados obtenidos mediante simulación en este trabajo. Para ello se está haciendo uso de algunas de las muestras analizadas en este trabajo y se está midiendo su respuesta mediante un analizador de redes.

Como trabajos a realizar en un futuro se está pensando en caracterizar el elemento base a nivel de las matrices de polarización.

Apendice I. Expresiones de los coeficientes de reflexión y transmisión para incidencia normal en medios bi-anisótropos.

En este apartado se van a obtener las expresiones de los coeficientes de transmisión y reflexión de un medio bi-anisótropo para incidencia normal.

Para ello se hará uso de las expresiones obtenidas en la sección 2.2 y se seguirá el esquema realizado en la Figura 5.1.

Como se dijo en el capítulo 2, para estudiar la propagación del campo en el interior de este tipo de medios se recurre a su descomposición en modos normales, ondas con polarización elíptica a derechas (REP), modo 1, y ondas con polarización elíptica a izquierdas (LEP), modo 2.

Inicialmente se supondrá que incide una onda electromagnética linealmente polarizada con \vec{E} rotado un ángulo α desde la dirección del eje “x” e impondrá la continuidad de los campos \vec{E} y \vec{H} en los planos de separación de las dos superficies indicados en la Figura 5.1.

Símbolo	Significado
R_x	Coefficiente de reflexión de la componente “x” del campo reflejado en el plano $z = 0$.
R_y	Coefficiente de reflexión de la componente “y” del campo reflejado en el plano $z = 0$.
T_x	Coefficiente de transmisión de la componente “x” del campo en el plano $z = d$.
T_y	Coefficiente de transmisión de la componente “y” del campo en el plano $z = d$.
T_1	Coefficiente de transmisión de una onda RCP en el plano $z = 0$.
T_2	Coefficiente de transmisión de una onda LCP en el plano $z = 0$.
T_3	Coefficiente de reflexión de una onda RCP en el plano $z = d$.
T_4	Coefficiente de reflexión de una onda LCP en el plano $z = d$.

Tabla 5.1: Significado de los coeficientes del esquema 5.1

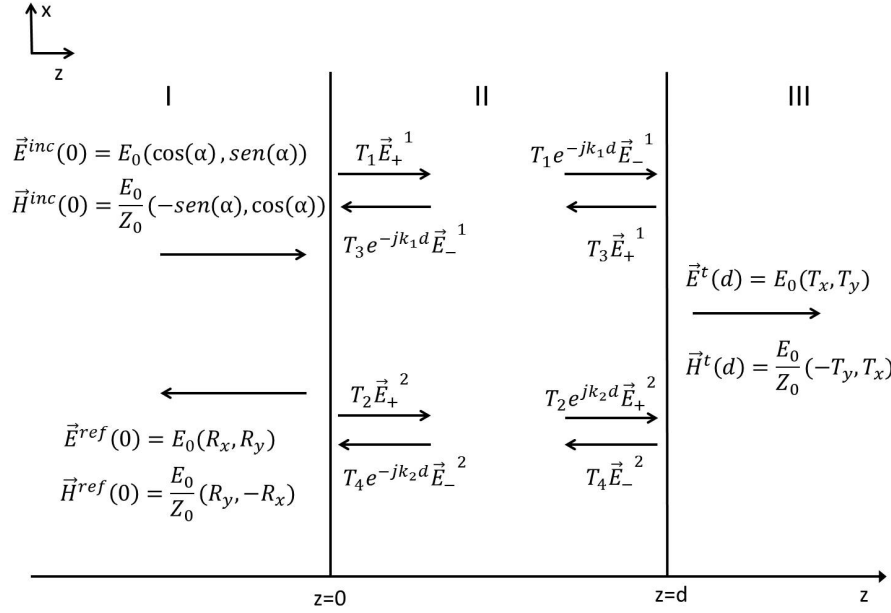


Fig. 5.1: Esquema de un sistema formado por un medio anisótropo (medio II) de espesor d sobre el que incide una onda plana linealmente polarizada. En el esquema están representados todos los campos reflejados y transmitidos en las dos superficies de separación. Los medios situados delante (I) y detrás (III) del medio anisótropo son vacío.

De exigir la continuidad de los campos en el plano $z = 0$ se obtiene el sistema de ecuaciones 5.1, que relaciona los coeficientes de reflexión del medio anisótropo (R_x y R_y) con los coeficientes de transmisión y de reflexión en el interior del medio.

Si se impone la continuidad en el plano $z = d$ se obtiene análogamente el sistema de ecuaciones 5.2 que relaciona a los coeficientes del interior del medio con los coeficientes de transmisión (T_x y T_y).

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) + R_x \\ \sin(\alpha) + R_y \\ -\sin(\alpha) + R_y \\ \cos(\alpha) - R_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & A_2 & A_2 e^{-jk_2 d} & e^{-jk_1 d} \\ -jA_1 & j & -je^{-jk_2 d} & jA_1 e^{-jk_1 d} \\ \frac{j}{Z_{1x}} & -\frac{jA_2}{Z_{2x}} & -\frac{jA_2}{Z_{2x}} e^{-jk_2 d} & \frac{j}{Z_{1x}} e^{-jk_1 d} \\ \frac{A_1}{Z_{1y}} & \frac{1}{Z_{2y}} & -\frac{1}{Z_{2y}} e^{-jk_2 d} & -\frac{A_1}{Z_{1y}} e^{-jk_1 d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

$$\begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ -T_y \\ T_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-jk_1 d} & A_2 e^{-jk_2 d} & A_2 & 1 \\ -jA_1 e^{-jk_1 d} & je^{-jk_2 d} & -j & jA_1 \\ \frac{j}{Z_{1x}} e^{-jk_1 d} & -\frac{jA_2}{Z_{2x}} e^{-jk_2 d} & -\frac{jA_2}{Z_{2x}} & \frac{j}{Z_{1x}} \\ \frac{A_1}{Z_{1y}} e^{-jk_1 d} & \frac{1}{Z_{2y}} e^{-jk_2 d} & -\frac{1}{Z_{2y}} & -\frac{A_1}{Z_{1y}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Sea M_1 la matriz del sistema de ecuaciones 5.1 y M_2 la matriz del sistema 5.2. Ya que

ambas matrices son invertibles es posible expresar a los coeficientes de reflexión en función de los coeficientes de transmisión, para esto es necesario invertir la matriz M_2 y sustituir los parámetros T_1 , T_2 , T_3 y T_4 en el primer sistema de referencia en términos de T_x y T_y . A la matriz que relaciona R_x y R_y con T_x y T_y se denominará M' . El nuevo sistema de ecuaciones viene recogido en la ecuación 5.3.

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) + R_x \\ \sin(\alpha) + R_y \\ -\sin(\alpha) + R_y \\ \cos(\alpha) - R_x \end{pmatrix} = (M_1 \cdot M_2^{-1}) \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ -T_y \\ T_x \end{pmatrix} = M' \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ -T_y \\ T_x \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

Ya que únicamente hay dos variables independientes en el último sistema de ecuaciones es posible combinar las columnas de la matriz M de forma que se obtenga otra matriz (M'') con 4 filas y solo 2 columnas. Reordenando el sistema 5.3 se puede llegar a un sistema de ecuaciones que relaciona los coeficientes reflejados y transmitidos con el ángulo de incidencia del campo eléctrico con el coseno y el seno del ángulo α . Este último sistema de ecuaciones queda

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & M_{13} & M_{14} \\ 0 & -1 & M_{23} & M_{24} \\ 0 & -1 & M_{33} & M_{34} \\ 1 & 0 & M_{43} & M_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_x \\ R_y \\ T_x \\ T_y \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

El valor de los coeficientes del sistema de ecuaciones 5.4 está expresado a continuación

$$\begin{aligned} M_{13} &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{Z_{1x}}{Z_{x+}} \pm \frac{Z_{1y}Z_{2y}}{A_1Z_{y+}} \right) e^{\pm jk_1d} + \left(\frac{Z_{2x}}{Z_{x+}} \pm \frac{A_2Z_{1y}Z_{2y}}{Z_{y+}} \right) e^{\pm jk_2d} \right] \\ M_{23} &= j\frac{1}{2} \left[\left(\mp \frac{A_1Z_{1x}}{Z_{x+}} - \frac{Z_{1y}Z_{2y}}{Z_{y+}} \right) e^{\pm jk_1d} + \left(\pm \frac{Z_{2x}}{A_2Z_{x+}} + \frac{Z_{1y}Z_{2y}}{Z_{y+}} \right) e^{\pm jk_2d} \right] \\ M_{33} &= j\frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{Z_{x+}} \pm \frac{Z_{1y}Z_{2y}}{A_1Z_{y+}Z_{1x}} \right) e^{\pm jk_1d} + \left(-\frac{1}{Z_{x+}} \mp \frac{Z_{1y}Z_{2y}A_2}{Z_{y+}Z_{2x}} \right) e^{\pm jk_2d} \right] \\ M_{43} &= \frac{1}{2} \left[\left(\pm \frac{A_1Z_{1x}}{Z_{x+}Z_{1y}} + \frac{Z_{2y}}{Z_{y+}} \right) e^{\pm jk_1d} + \left(\pm \frac{Z_{2x}}{A_2Z_{x+}Z_{2y}} + \frac{Z_{1y}}{Z_{y+}} \right) e^{\pm jk_2d} \right] \\ M_{14} &= j\frac{1}{2} \left[\left(\pm \frac{Z_{1y}}{A_1Z_{y+}} + \frac{Z_{1x}Z_{2x}}{Z_{x+}} \right) e^{\pm jk_1d} + \left(\mp \frac{A_2Z_{2y}}{Z_{y+}} - \frac{Z_{1x}Z_{2x}}{Z_{x+}} \right) e^{\pm jk_2d} \right] \\ M_{24} &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{Z_{1y}}{Z_{y+}} \pm \frac{Z_{1x}Z_{2x}A_1}{Z_{x+}} \right) e^{\pm jk_1d} + \left(\frac{Z_{2y}}{Z_{y+}} \pm \frac{Z_{1x}Z_{2x}}{A_2Z_{x+}} \right) e^{\pm jk_2d} \right] \\ M_{34} &= \frac{1}{2} \left[\left(\mp \frac{Z_{1y}Z_{1x}}{A_1Z_{y+}} - \frac{Z_{2x}}{Z_{x+}} \right) e^{\pm jk_1d} + \left(\mp \frac{A_2Z_{2y}}{Z_{y+}Z_{2x}} - \frac{Z_{1x}}{Z_{x+}} \right) e^{\pm jk_2d} \right] \end{aligned}$$

$$M_{44} = j \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{Z_{y+}} \pm \frac{A_1 Z_{1x} Z_{2x}}{Z_{1y} Z_{x+}} \right) e^{\pm j k_1 d} + \left(-\frac{1}{Z_{y+}} \mp \frac{Z_{1x} Z_{2x}}{A_2 Z_{2y} Z_{x+}} \right) e^{\pm j k_2 d} \right]$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones 5.4 se puede obtener el valor de los coeficientes de transmisión y reflexión en términos de los parámetros que caracterizan el sistema, el valor de estos coeficientes también dependerá del valor de la dirección del campo incidente. Con el fin de obtener una mayor información se va a usar la siguiente notación para los coeficientes de transmisión y reflexión

$$P_{\alpha\beta} \quad (5.5)$$

donde P puede ser T o R dependiendo de si se trata de un coeficiente de transmisión o de reflexión. El parámetro β indica la dirección del campo incidente con lo que puede valer “x” o “y”, α hace referencia a la dirección de este coeficiente. Así por ejemplo el coeficiente R_{yx} representa la componente “y” del coeficiente de reflexión cuando el campo incidente está orientado en la dirección “x”.

El valor de los coeficientes cuando $\alpha = 0$ y por tanto el campo incidente está orientado en la dirección “x” ($\vec{E}^{inc} = E_0 \hat{i}$) es

$$T_{xx} = \frac{2(M_{24} - M_{34})}{\det(M)} \quad (5.6)$$

$$T_{yx} = \frac{2(M_{33} - M_{23})}{\det(M)} \quad (5.7)$$

$$R_{xx} = \left| \begin{array}{cc} T_{xx} & -T_{yx} \\ M_{14} & M_{13} \end{array} \right| - 1 \quad (5.8)$$

$$R_{yx} = \left| \begin{array}{cc} T_{yx} & T_{xx} \\ M_{33} & M_{34} \end{array} \right| \quad (5.9)$$

Para $\alpha = 90^\circ$ ($\vec{E}^{inc} = E_0 \hat{j}$)

$$T_{xy} = \frac{-2(M_{14} + M_{44})}{\det(M)} \quad (5.10)$$

$$T_{yy} = \frac{2(M_{13} + M_{43})}{\det(M)} \quad (5.11)$$

$$R_{xy} = \left| \begin{array}{cc} -T_{yy} & T_{xy} \\ M_{43} & M_{44} \end{array} \right| \quad (5.12)$$

$$R_{yy} = 1 + \left| \begin{array}{cc} T_{yy} & -T_{xy} \\ M_{33} & M_{34} \end{array} \right| \quad (5.13)$$

El valor del determinante de M es

$$\det M = \frac{4}{T_{xx}T_{yy} - T_{xy}T_{yx}} \quad (5.14)$$

Usando el valor de los términos de la matriz M el valor de los coeficientes T_{xx} , T_{yx} , T_{xy} y T_{yy} es

$$\begin{aligned} T_{xx} = \frac{1}{\det(M)} & \left[\left(\frac{Z_{2x}(1 \pm A_1 Z_{1x})}{Z_{x+}} + \frac{Z_{1y} \left(1 \pm \frac{1}{A_1 Z_{1x}}\right)}{Z_{y+}} \right) e^{\pm j k_1 d} \right. \\ & \left. + \left(\frac{Z_{1x} \left(1 \pm \frac{Z_{2x}}{A_2}\right)}{Z_{x+}} + \frac{Z_{2y} \left(1 \pm \frac{A_2}{Z_{2x}}\right)}{Z_{y+}} \right) e^{\pm j k_2 d} \right] \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned} T_{yx} = \frac{j}{\det(M)} & \left[\left(\frac{(1 \pm A_1 Z_{1x})}{Z_{x+}} + \frac{Z_{1y} Z_{2y} \left(1 \pm \frac{1}{A_1 Z_{1x}}\right)}{Z_{y+}} \right) e^{\pm j k_1 d} \right. \\ & \left. + \left(-\frac{\left(1 \pm \frac{Z_{2x}}{A_2}\right)}{Z_{x+}} - \frac{Z_{1y} Z_{2y} \left(1 \pm \frac{A_2}{Z_{2x}}\right)}{Z_{y+}} \right) e^{\pm j k_2 d} \right] \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned} T_{xy} = \frac{-j}{\det(M)} & \left[\left(\frac{Z_{1x} Z_{2x} \left(1 \pm \frac{A_1}{Z_{1x}}\right)}{Z_{x+}} + \frac{\left(1 \pm \frac{Z_{1y}}{A_1}\right)}{Z_{y+}} \right) e^{\pm j k_1 d} \right. \\ & \left. + \left(-\frac{Z_{1x} Z_{2x} \left(1 \pm \frac{1}{A_2 Z_{2y}}\right)}{Z_{x+}} - \frac{(1 \pm A_2 Z_{2y})}{Z_{y+}} \right) e^{\pm j k_2 d} \right] \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} T_{yy} = \frac{1}{\det(M)} & \left[\left(\frac{Z_{1x} \left(1 \pm \frac{A_1}{Z_{1y}}\right)}{Z_{x+}} + \frac{Z_{2y} \left(1 \pm \frac{Z_{1y}}{A_1}\right)}{Z_{y+}} \right) e^{\pm j k_1 d} \right. \\ & \left. + \left(\frac{Z_{2x} \left(1 \pm \frac{1}{A_2 Z_{2y}}\right)}{Z_{x+}} + \frac{Z_{1y} (1 \pm A_2 Z_{2y})}{Z_{y+}} \right) e^{\pm j k_2 d} \right] \end{aligned} \quad (5.18)$$

A partir de las expresiones anteriores se podrán obtener las relaciones que permitan determinar los parámetros característicos de los modos normales a partir del valor, para cada frecuencia, de los coeficientes de reflexión y transmisión.

Finalmente, a partir de estos y de su definición se podrá caracterizar el medio bi-anisótropo desde el punto de vista electromagnético.

Apendice II. Caracterización de un material bi-isótropo.

La caracterización experimental de un metamaterial bi-isótropo consiste en conectar los datos experimentales obtenidos, coeficientes de reflexión y transmisión, con los parámetros que lo caracterizan: la permitividad, la permeabilidad y la quiralidad.

En el capítulo 2 ya se ha presentado las expresiones que ligán los coeficientes de reflexión y transmisión para incidencia de ondas con polarización circular, expresiones de R_{-+} y T_{++} para ondas incidentes RCP y R_{+-} y T_{--} para ondas LCP, así como la relación entre los anteriores coeficientes y los correspondientes a la incidencia normal de ondas linealmente polarizadas sobre el material, R , T_{co} y T_{cr} .

En ese mismo capítulo ya se obtuvieron los parámetros del ángulo de rotación, la elipticidad y la quiralidad en términos de esos coeficientes.

En esta sección se va a obtener el algoritmo de inversión para el resto de parámetros necesarios para caracterización del medio. Para lo cual se seguirán los siguientes pasos.

Inicialmente se hace una incidencia normal con una onda electromagnética linealmente polarizada $\vec{E} = (E_0, 0)$.

Determinamos, experimental o numéricamente, los valores de R , T_{co} y T_{cr} para una frecuencias determinada. a partir de estos coeficientes se pueden obtener los coeficientes de transición de los modos normales T_{++} y T_{--} , ecuaciones 2.136 y 2.137.

Teniendo en cuenta que

$$T^2 = T_{++}T_{--} \quad (5.19)$$

$$R_{+-} = R_{-+} = R \quad (5.20)$$

$$(5.21)$$

se definen los coeficientes P y Γ como sigue

$$P = e^{-j \frac{(k^+ + k^-)}{2} d} \quad (5.22)$$

$$\Gamma = \frac{(Z^r)^2 - 1}{(Z^r + 1)^2} \quad (5.23)$$

donde Z es la impedancia en el medio bi-isótropo.

Se pueden obtener las expresiones que relacionan R y T con los parámetros Γ y P

$$R = \frac{\Gamma (1 - P^2)}{1 - \Gamma^2 P^2} \quad (5.24)$$

$$T = \frac{P (1 - \Gamma^2)}{1 - \Gamma^2 P^2} \quad (5.25)$$

De estas dos últimas ecuaciones se puede extraer el parámetro P^2 en términos de los coeficientes R y Γ

$$P^2 = \frac{R - \Gamma}{R\Gamma^2 - \Gamma} \quad (5.26)$$

Calculando T^2 y despejando el valor de P^2 por medio de la ecuación 5.26 se llega a

$$T^2 = \frac{P^2 (1 - \Gamma^2)^2}{(1 - \Gamma^2 P^2)^2} = \frac{\frac{R - \Gamma}{R\Gamma^2 - \Gamma} (1 - \Gamma^2)^2}{\left(1 - \Gamma^2 \frac{R - \Gamma}{R\Gamma^2 - \Gamma}\right)^2} \quad (5.27)$$

$$= \frac{(R - \Gamma)(R\Gamma - 1)}{\Gamma} \quad (5.28)$$

De donde se puede obtener una ecuación para Γ en términos de T y R, que son dos parámetros que se pueden medir. La ecuación a la que se llega es la siguiente

$$R\Gamma^2 + \Gamma (T^2 - R^2 - 1) + R = 0 \quad (5.29)$$

Cuyas soluciones son

$$\Gamma = -\frac{(T^2 - R^2 - 1) \pm \sqrt{(T^2 - R^2 - 1)^2 - 4R^2}}{2R} \quad (5.30)$$

y despejando de 5.23 se obtiene la expresión

$$Z^r = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \quad (5.31)$$

De las dos soluciones de la ecuación 5.30 se elige aquella ratifica la condición de que $Re(Z^r) > 0$. Imponiendo esta condición y partiendo de la ecuación 5.31 se obtiene la condición que debe satisfacer Γ

$$Z = \frac{(1 + \Gamma)(1 - \Gamma^*)}{(1 - \Gamma)(1 - \Gamma^*)} \quad (5.32)$$

$$= \frac{1 + 2jIm(\Gamma) - |\Gamma|^2}{(1 - Re(\Gamma))^2 + Im(\Gamma)^2} \quad (5.33)$$

$$Re(Z^r) = \frac{1 - |\Gamma|^2}{2} \Rightarrow |\Gamma| < 1 \quad (5.34)$$

De la ecuación 5.33 se deduce que Z no va a ser divergente. De esta forma se calcula la impedancia del sistema a partir de los coeficientes de transmisión y reflexión. Una vez calculada la impedancia el siguiente paso consiste en calcular el índice de refracción del medio. Para ello se usará la ecuación 5.26 que permite definir P^2 . Teniendo en cuenta que

$$P^2 = |P|^2 e^{j(\phi+2m\pi)} = e^{-j(k^+ + k^-)d} \quad (5.35)$$

Donde “m” es un número entero y ϕ es la fase de P . Usando la definición de k^+ y k^- y la relación entre el número de onda y el índice de refracción ($k = k_0 n$) la expresión anterior queda

$$P^2 = e^{-j2k_0 n d} = e^{-j2k_0 d(n_r - jn_i)} \quad (5.36)$$

donde $n = n_r - jn_i$.

Igualando las expresiones 5.35 y 5.36 y despejando el valor del índice se obtiene la siguiente ecuación

$$n = \frac{j}{2k_0 d} \ln |P|^2 - \frac{\phi}{2k_0 L} - \frac{\pi m}{k_0 L} \quad (5.37)$$

Para medios pasivos la parte imaginaria del índice de refracción ha de ser negativa.

El valor de la permeabilidad y la permitividad queda determinada a partir del índice de refracción y la impedancia del medio

$$\left\{ \begin{array}{l} n = \sqrt{\epsilon^r \mu^r} \\ Z^r = \sqrt{\frac{\mu^r}{\epsilon^r}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_r = \frac{n}{Z_r} \\ \mu_r = n Z_r \end{array} \right\} \quad (5.38)$$

Congresos

- I. J. Martínez-Soler, G. J. Molina-Cuberos, A. J. García-Collado, J. Margineda, M. Núñez y E. Martín, “Metamateriales quirales basados en manivelas de cinco segmentos”, XXVII Symposium Nacional URSI, Madrid, 2012.
- G.J. Molina-Cuberos, I.J. Martínez-Soler, A.J. García-Collado, M.J. Núñez, J. Margineda “Chiral Media based on Five Segments Cranks”, Metamaterials 2012: The Sixth International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwave and Optics, St. Petersburg, Russia.

Bibliografía

- [1] J.D. Baena, L. Jelinek and R. Marqués, “Towards systematic design of isotropic bulk magnetic metamaterials using the cubic point groups of symmetry” *Phys. Rev. B* 76(24),245115(2007).
- [2] C.A. Balanis “Advanced Engineering Electromagnetics”, Ed. John Wiley and Sons, 1989.
- [3] I. Barba, A.C. López-Cabeceira, Á. Gomez and J. Represa “Chiral Media Based on Printed Circuit Board Technology: A Numerical Time-Domain Approach”, *IEEE Transaction on Magnetics*, Vol.45, n°3, 2009.
- [4] I. Barba, A. C. L. Cabeceira, A. J. García-Collado, G. J. Molina-Cuberos, J. Margineda and J. Represa, “Quasi-planar chiral materials for microwave frequencies” *Electromagnetic Waves Propagation in Complex Matter*, 97-116, 2010.
- [5] C.R. Brewitt-Taylor, P.G. Leder, F.C. Smith and S. Haq, “Measurements and predictions of helix-loaded chiral composites”, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol 47, pp. 692-700, 1999.
- [6] Cheng, X., H. Chen, X.-M. Zhang, B. Zhang, and B.-I. Wu, “Cloaking a perfectly conducting sphere with rotationally uniaxial nihility media in monostatic radar system,” *Progress In Electromagnetic Research*, Vol. 100, 285-298, 2010.
- [7] Computer Simulation Technology CST Website: <http://www.cst.com>
- [8] CST Microwave Studio Online Help.
- [9] CST, “Microwave Studio Advance Topics”, V.5. 2003.
- [10] S.Fontinopoulou, M.Kafesaki, E.N.Economou, and C.M.Soukoulis, “Two-dimensional polaritonic photonic crystals as terahertz uniaxial metamaterials”, *Physical Review B* 84, 035128(2011).
- [11] A.J. García-Collado, G.J. Molina-Cuberos, J. Margineda, M.J. Nuñez, and E. Martín, “Isotropic and Homogeneous Behaviour of Chiral Media Based on Periodical Inclusions of Cranks ” *IEEE Microwave and Wireless Components Let.*, vol. 20, pp. 175-177, 2010.

- [12] A.J. García-Collado, G.J. Molina Cuberos, M.J. Núñez y J. Margineda “Caracterización experimental de medios quirales basados en inclusiones metálicas. El resonador de cuatro manivelas”, XXVI Symposium Nacional URSI, Madrid, 2011.
- [13] A.J. García-Collado, “Metamateriales con actividad electromagnética basados en inserciones metálicas tipo manivela”, PhD. Departamento de Electromagnetismo y Electrónica, Universidad de Murcia, 2012.
- [14] A.J. García-Collado, G.J. Molina-Cuberos, M.J. Núñez, E. Martín and J. Margineda (2012): Negative Refraction of Chiral Metamaterial Based on Four Crank Resonator, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 26:7, 986-995.
- [15] Jin, Y. and S. He, “ Focusing by a slab of chiral medium,” *Optics Express*, Vol. 13, No. 13, 4974-4979, 2005.
- [16] I.V. Lindell, A.H. Shivola, S.A. Tretyakov and A.J. Vitanen “Electromagnetic waves on chiral bi-isotropic media”, Artech House, Norway, 1994.
- [17] G. Lubkowski, “Simulation of Electromagnetic Fields in Double Negative Metamaterials”, M.Sc. Vom Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Darmstadt, 2009.
- [18] Marqués, R., F. Mesa, J. Martel, and F. Medina, “ Comparative analysis of edge- and broadside-coupled split ring resonators for metamaterial design - Theory and experiments,” *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 51, No. 10, 2572-2581, 2003.
- [19] Molina-Cuberos, G.J., A.J. García-Collado, J. Margineda, M.J. Núñez and E. Martín, “Electromagnetic activity of chiral media based on crank inclusion” *IEEE Microwave and Wireless Components LET.*, Vol. 19, 278-280, 2009.
- [20] G.J. Molina-Cuberos, A.J. García-Collado, I. Barba, A.C. López Cabeceira, J. Represa and J. Margineda, “Chiral Media Based on Periodic Distribution of Cranks. The Four Crank Resonator”, *Metamaterials 2011: The Fifth International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwave and Optics*, Barcelona, Spain.
- [21] Molina-Cuberos, G.J., A.J., A.J. García-Collado, I. Barba and J. Margineda, “Chiral metamaterials with negative refractive index composed by and eight-cranks molecule” *IEEE Antennas and Wireless Propagation Lett.*, Vol. 10, 1488-1490, 2011.
- [22] J.B. Pendry, “A Chiral Route to Negative Refraction”, *Science*, Vol. 306, pp.1353-1355, 2004.
- [23] Plum, E., V. A. Fedotov, A. S. Schwanecke, N. I. Zhedulev, and Y. Chen, “Giant optical gyrotropy due to electromagnetic coupling,” *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 90, No. 22, 223113, 2007.

- [24] Rogacheva, A. V., V. A. Fedotov, A. S. Schwanecke, and N. I. Zheludev, “Giant gyrotropy due to electromagnetic-field coupling in a bilayered chiral structure,” *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 97, 177401, 2006.
- [25] Sánchez-López, F.J., “Caracterización experimental electromagnética de metamateriales quirales”, M.Sc. Universidad Politecnica de Cartagena, 2011.
- [26] A.N. Serdyukov, I.V. Semchenko, S.A. Tretyakov, A. Shivola, “Electromagnetics of Bi-Anisotropic Materials: Theory and Applications”, Amsterdam: Gordon and Breach Science Publishers, 2001.
- [27] V. Veselago, L. Braginsky, V. Shklover, and C. Hafner, “Negative Refractive Index Materials”, *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience* Vol. 3, 1-30, 2006.
- [28] Wang, B., J. Zhou, T. Koshny, and C. M. Soukoulis, “Nonplanar chiral metamaterials with negative index,” *Appl. Phys. Lett.*, Vol 94, 151112(1-3), 2009.